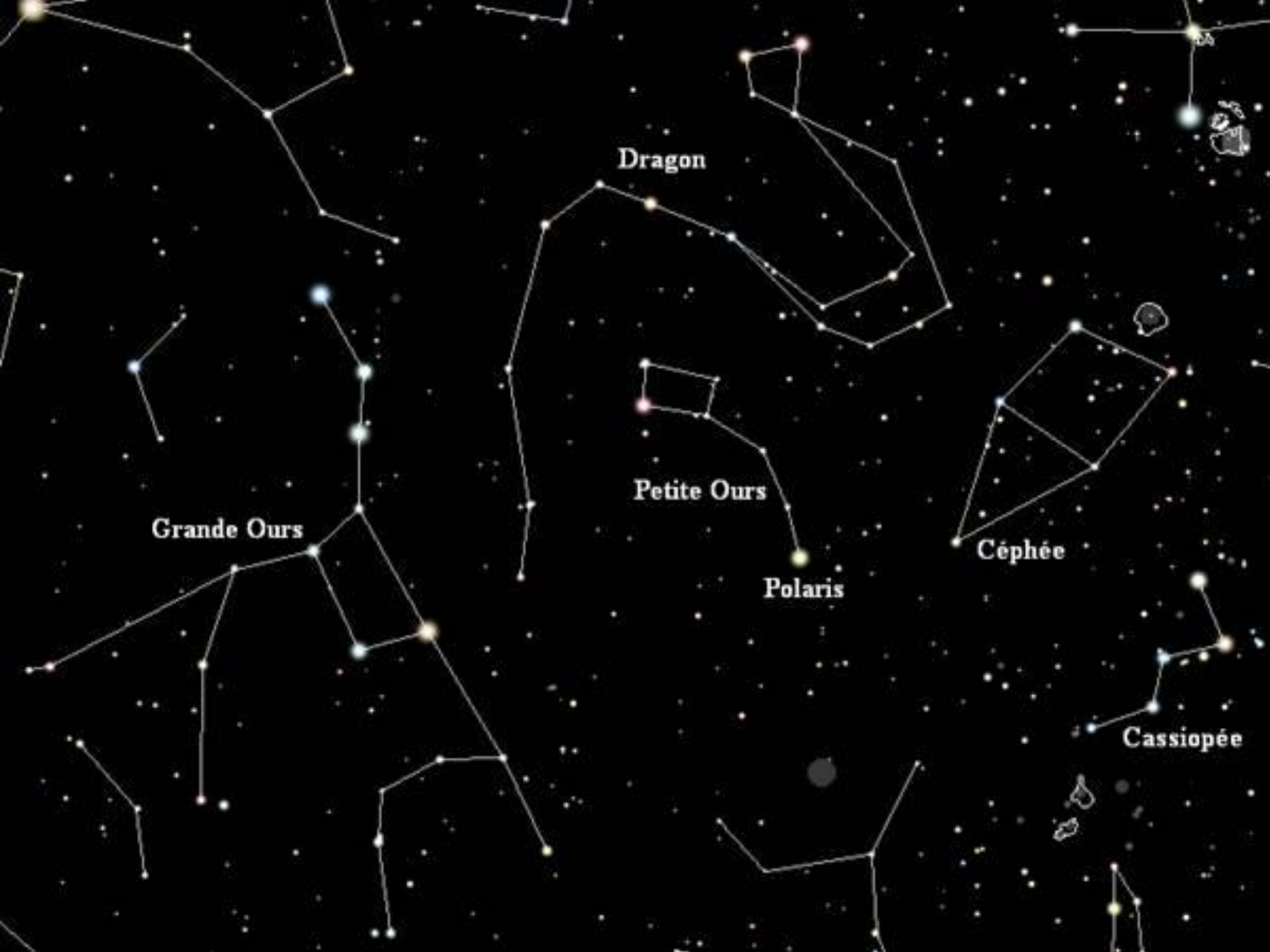


L'astrométrie, d'Abbadia à Gaia

J.-E. Arlot,

Astronome à l'observatoire de Paris/IMCCE





Dragon

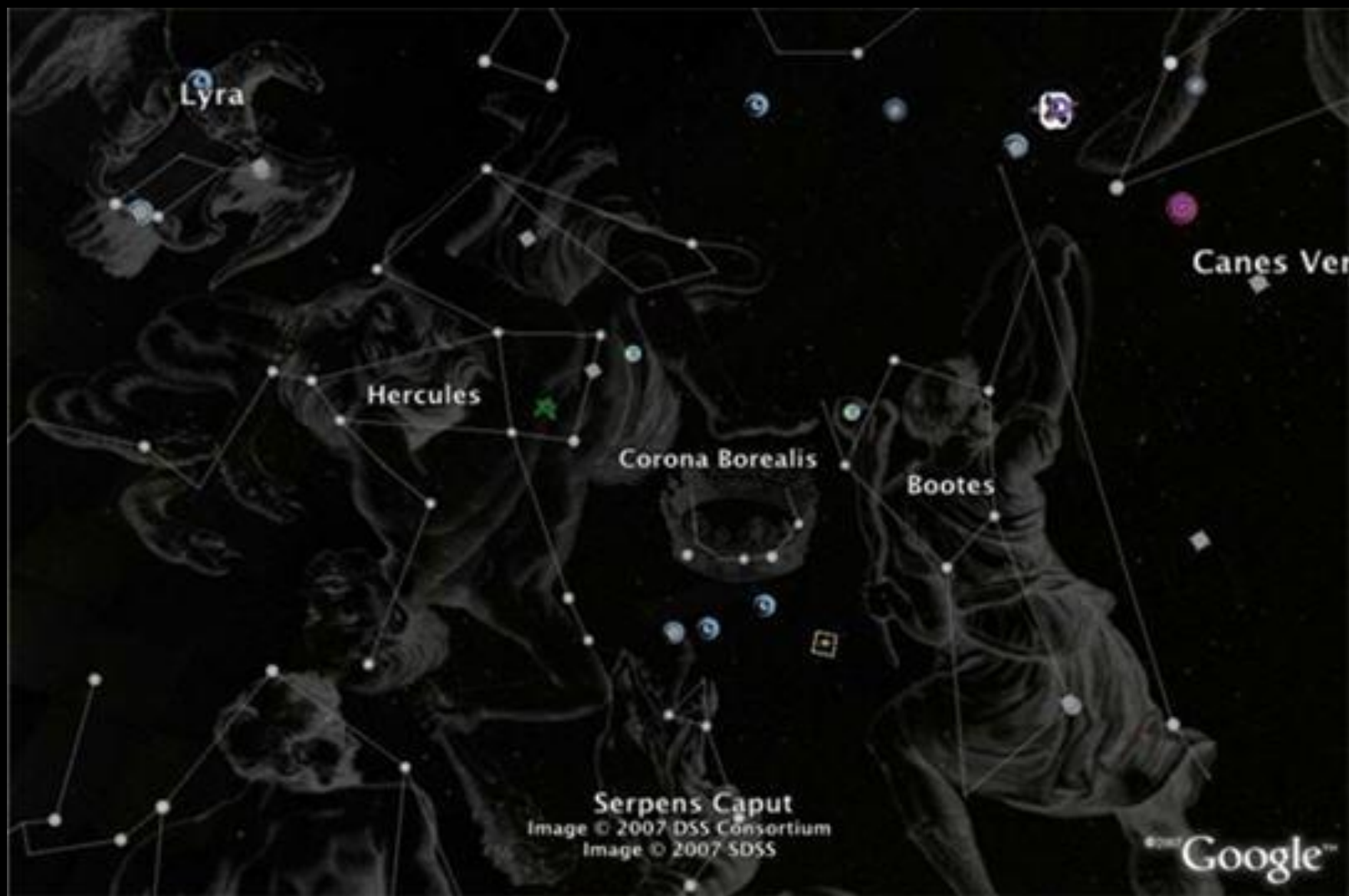
Grande Ours

Petite Ours

Polaris

Céphée

Cassiopée



Lyra

Hercules

Corona Borealis

Bootes

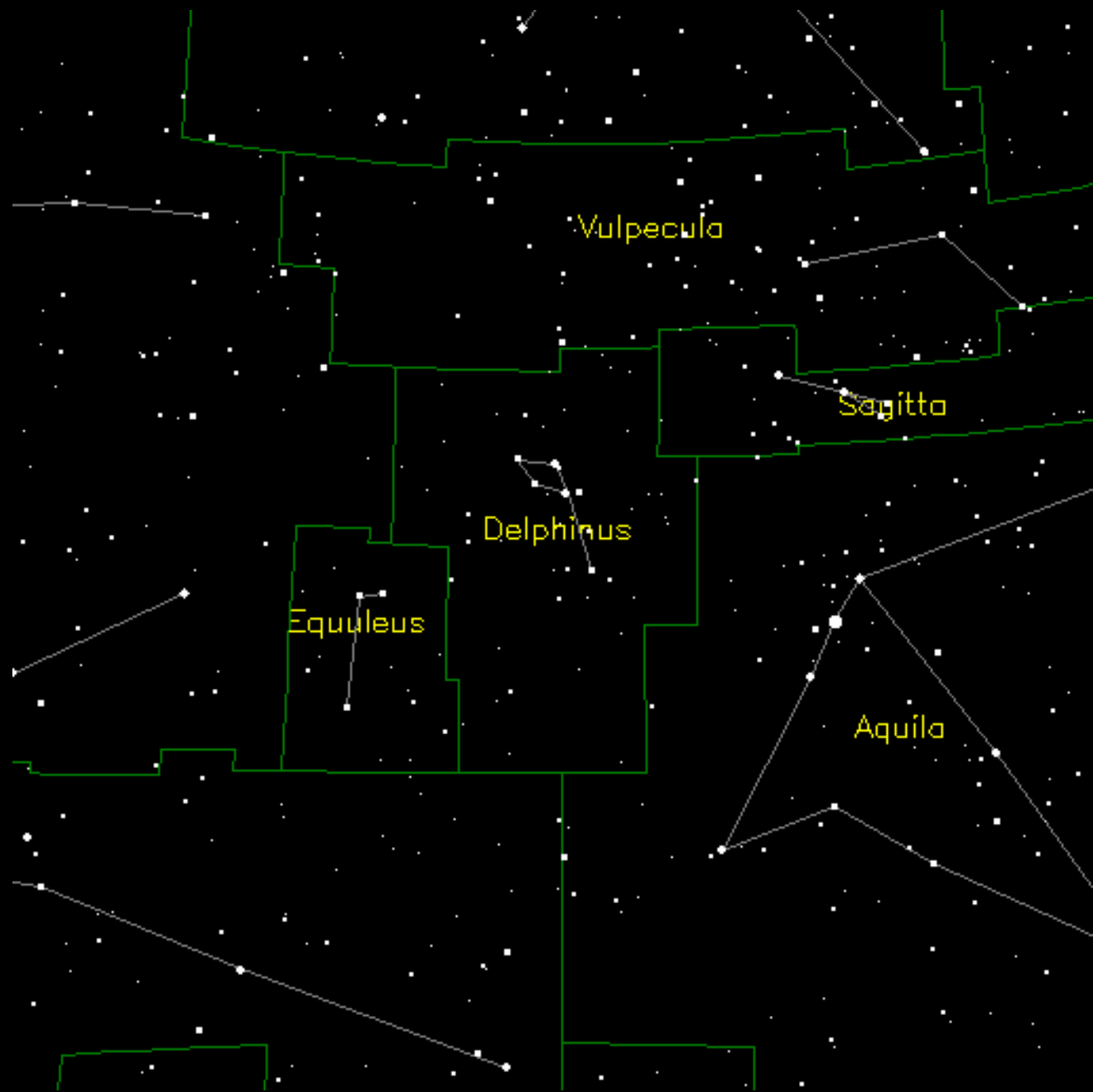
Canes Ven

Serpens Caput

Image © 2007 DSS Consortium

Image © 2007 SDSS

2007 Google™



Vulpecula

Sagitta

Delphinus

Equuleus

Aquila

Pourquoi mesurer des positions?

- Pour comprendre comment se déplace les objets mobiles.
- Parce que ce qu'on croit fixe, est souvent mobile si la précision de mesure augmente!
- Pour établir un modèle d'univers, son évolution et les distances entre les astres observés.
- La précision de mesure: un combat permanent qui ne se terminera jamais...

Qu'est-ce que l'astrométrie?

A quoi ça sert?

- C'est la mesure de positions et distances dans l'univers
- La géométrie et la géodésie mesurent la Terre; l'astrométrie mesure le ciel
- Elle permet:
 - de se repérer sur Terre
 - de se repérer dans le ciel
 - de comprendre le mouvement des astres dans le système solaire et dans l'univers
 - de tester nos modèles et nos représentations de l'univers en suivant et en interprétant les mouvements des astres
 - de mesurer les distances dans l'univers

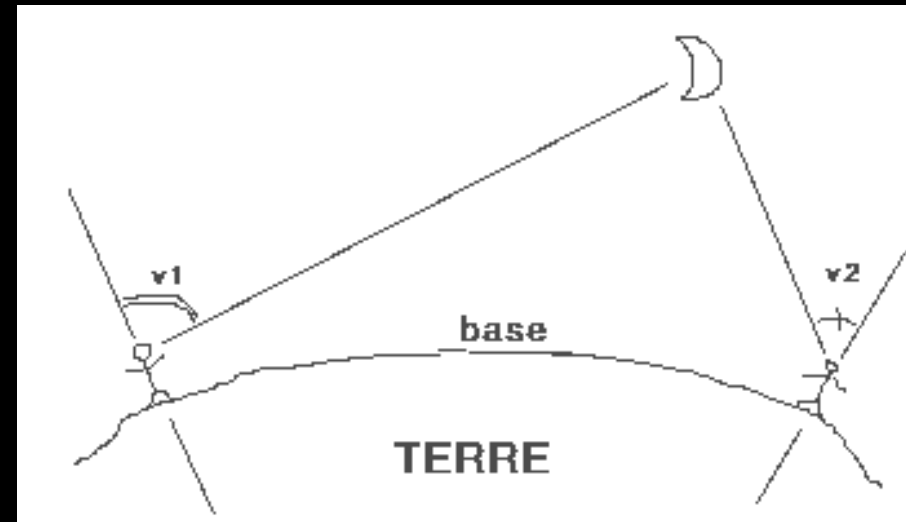
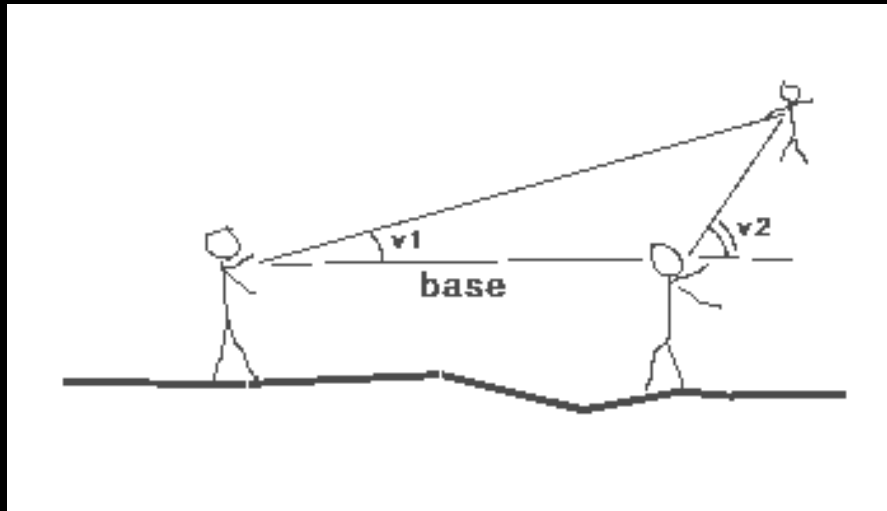






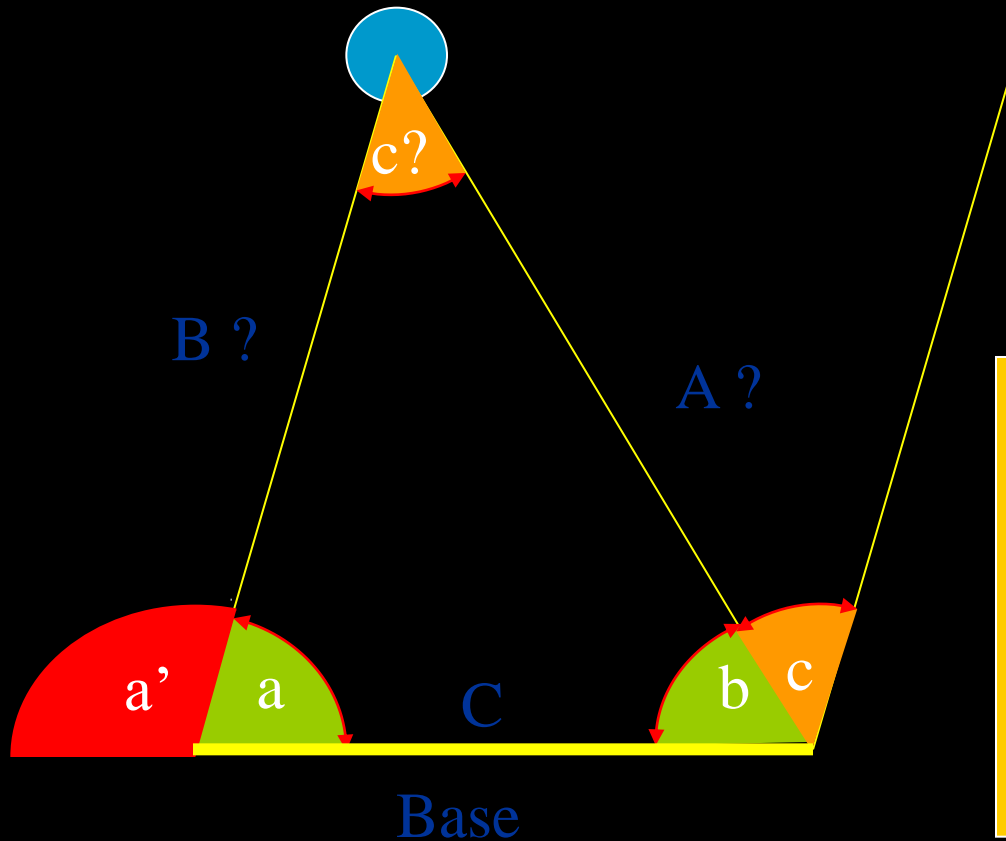
La mesure des distances grâce à la triangulation

Parallaxe ou triangulation,
ou comment mesurer une distance à un lieu inaccessible...



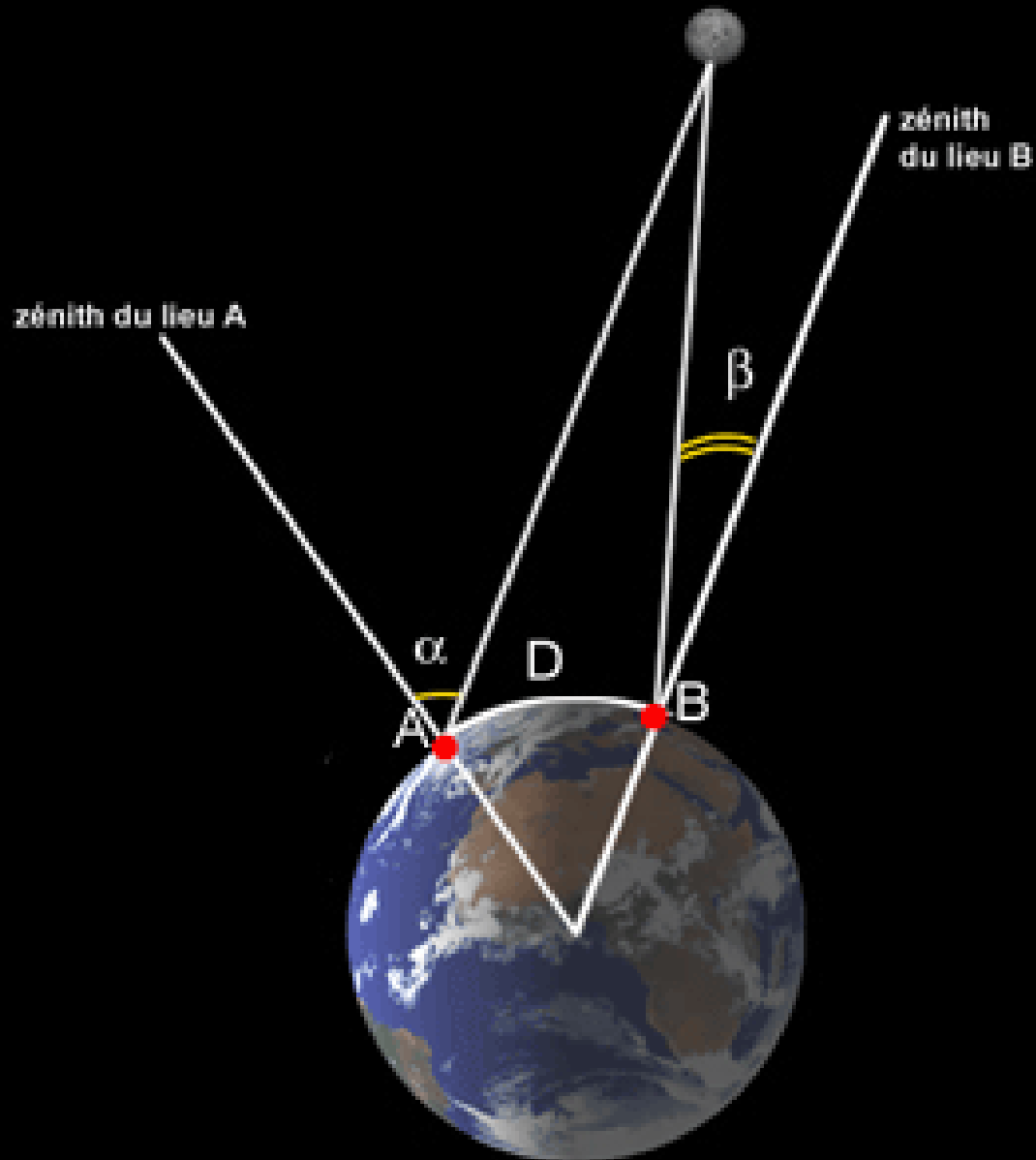
Un calcul connu depuis l'antiquité

La triangulation

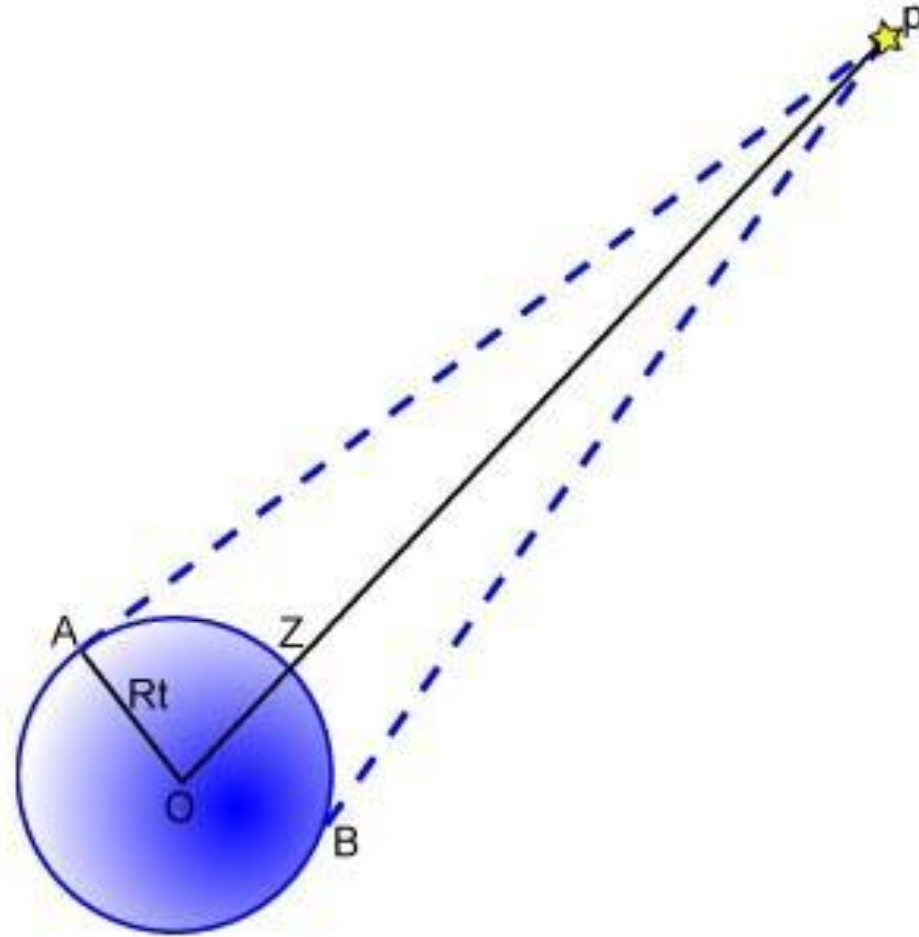


$$c = 180^\circ - (a + b)$$
$$c = a' - b$$
$$\frac{\sin c}{C} = \frac{\sin b}{B} = \frac{\sin a}{A}$$

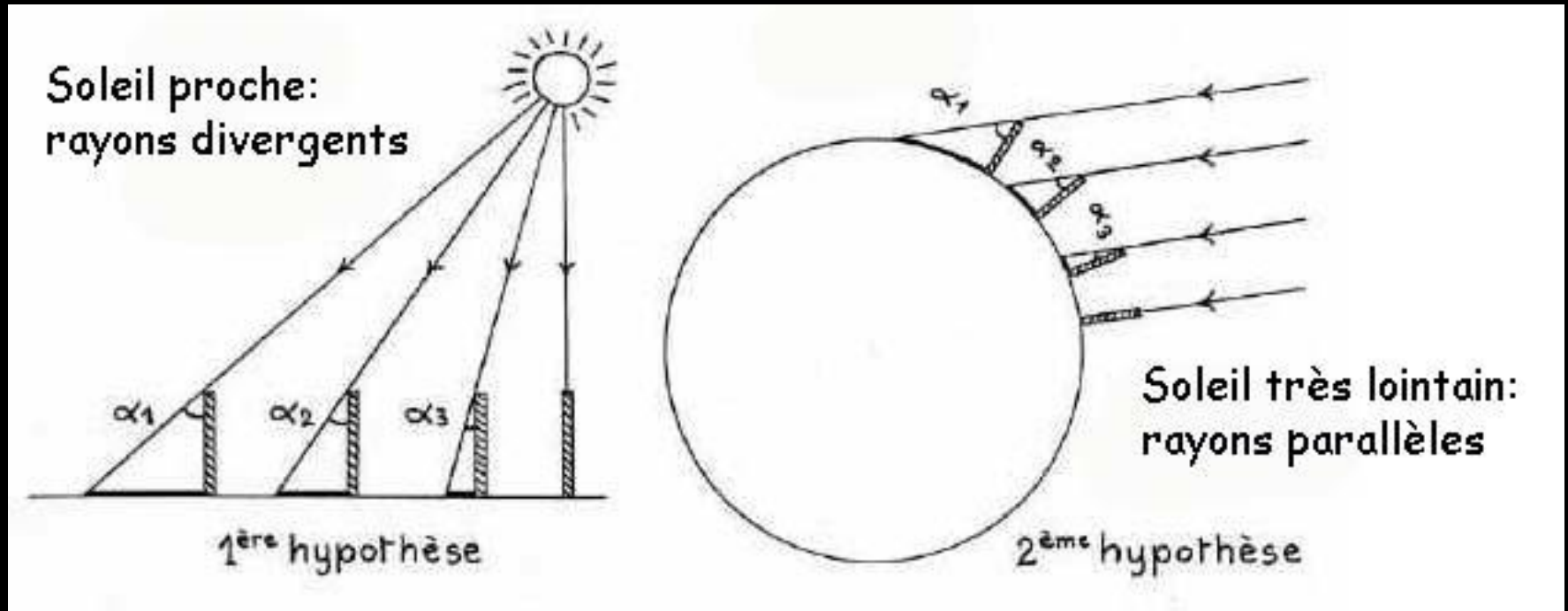
L'application aux corps célestes:



La parallaxe horizontale



L'importance du choix d'un modèle théorique d'univers

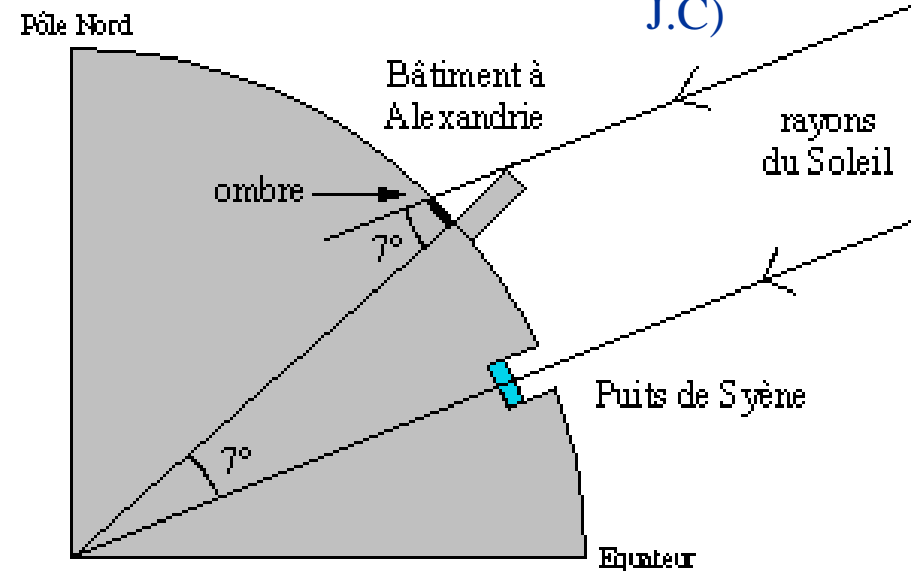


Détermination de la distance Terre-Soleil: une parallaxe mesurable?

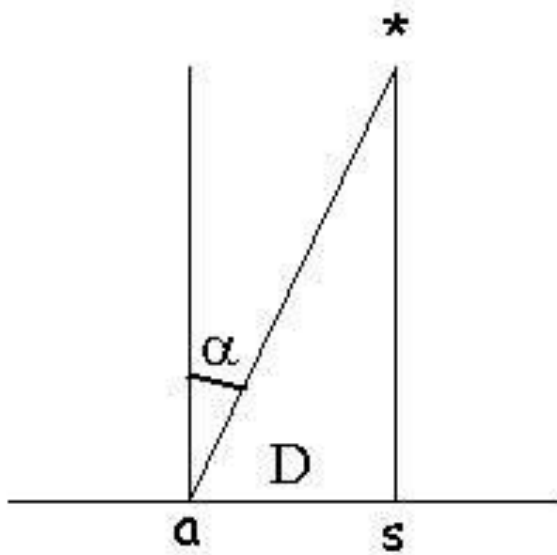
Une observation intéressante en Egypte



Eratosthène
(276 - 194 av.
J.C)

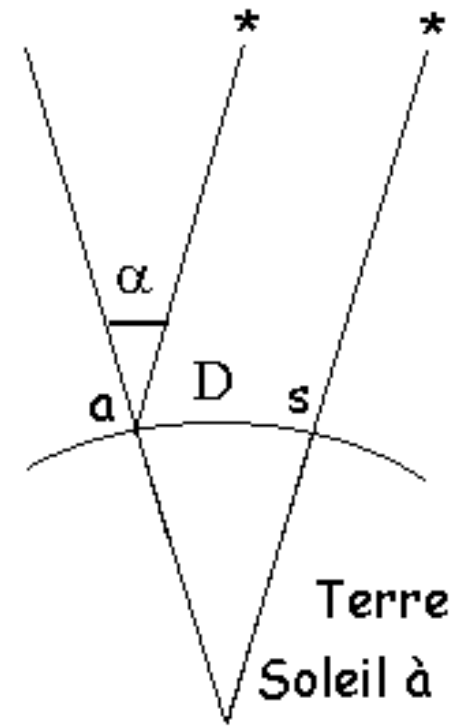


La nécessité d'un modèle théorique



Terre plate
Soleil proche

a = Alexandrie
 s = Syène



Terre ronde
Soleil à l'infini

Appliquer la triangulation à la distance Terre-Lune?



Appliquer la triangulation à la distance Terre-Lune?



La triangulation ne nous a pas donné la distance Terre-Soleil mais la taille de la Terre...

Le Soleil est 400 fois plus éloigné de la Terre que la Lune...

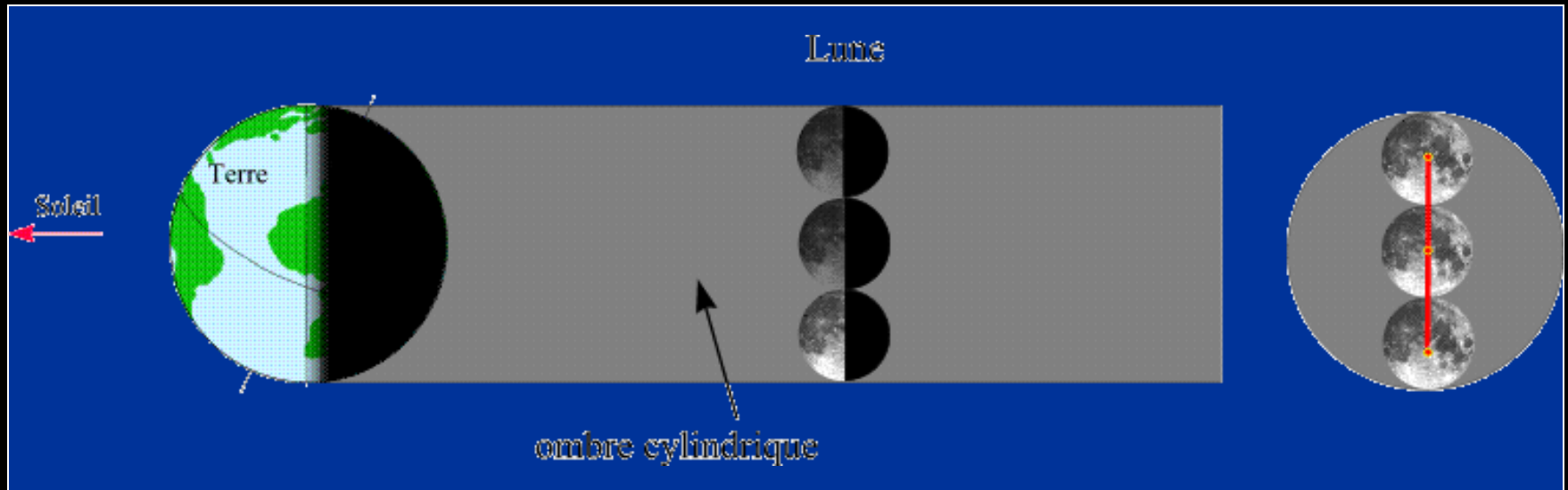
Peut-on appliquer la triangulation aux objets célestes?
Ne sont-ils pas trop loin?

Utilisons une autre technique pour mesurer la distance Terre-Lune



Une éclipse de Lune nous donne la distance Terre-Lune

ARISTARQUE DE SAMOS (~275 av. J.-C.)



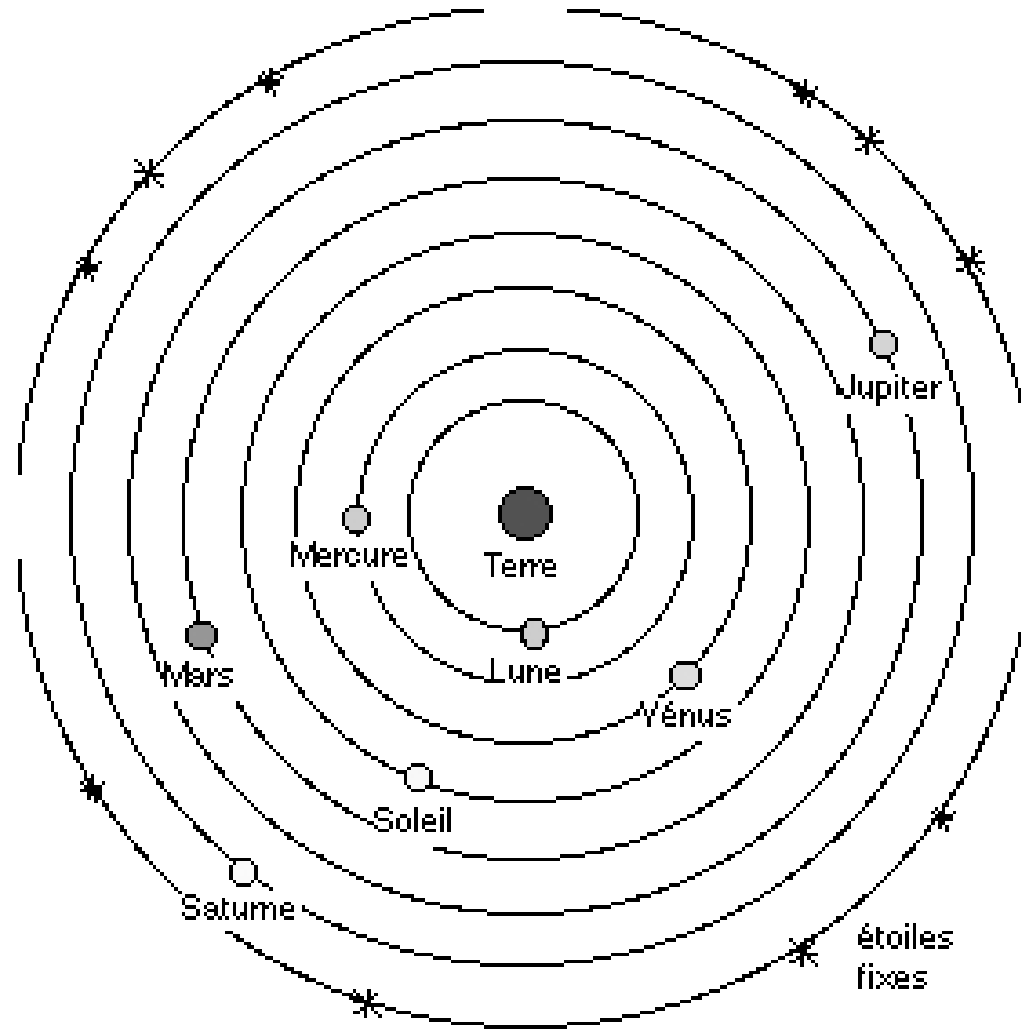
- L'ombre est supposée cylindrique.
- La Lune se déplace d'une distance égale à son diamètre en une heure.
- Les éclipses totales de Lune les plus longues durent environ 2 heures.

Donc le diamètre de la Lune est environ le tiers du diamètre terrestre $L = 0,3 T$.
Comme la Lune est vue sous un diamètre d'environ $32'$, sa distance est 107 fois son diamètre. $d = 0,3 T \times 107 = 32,1 T = 64,2$ rayons terrestres.

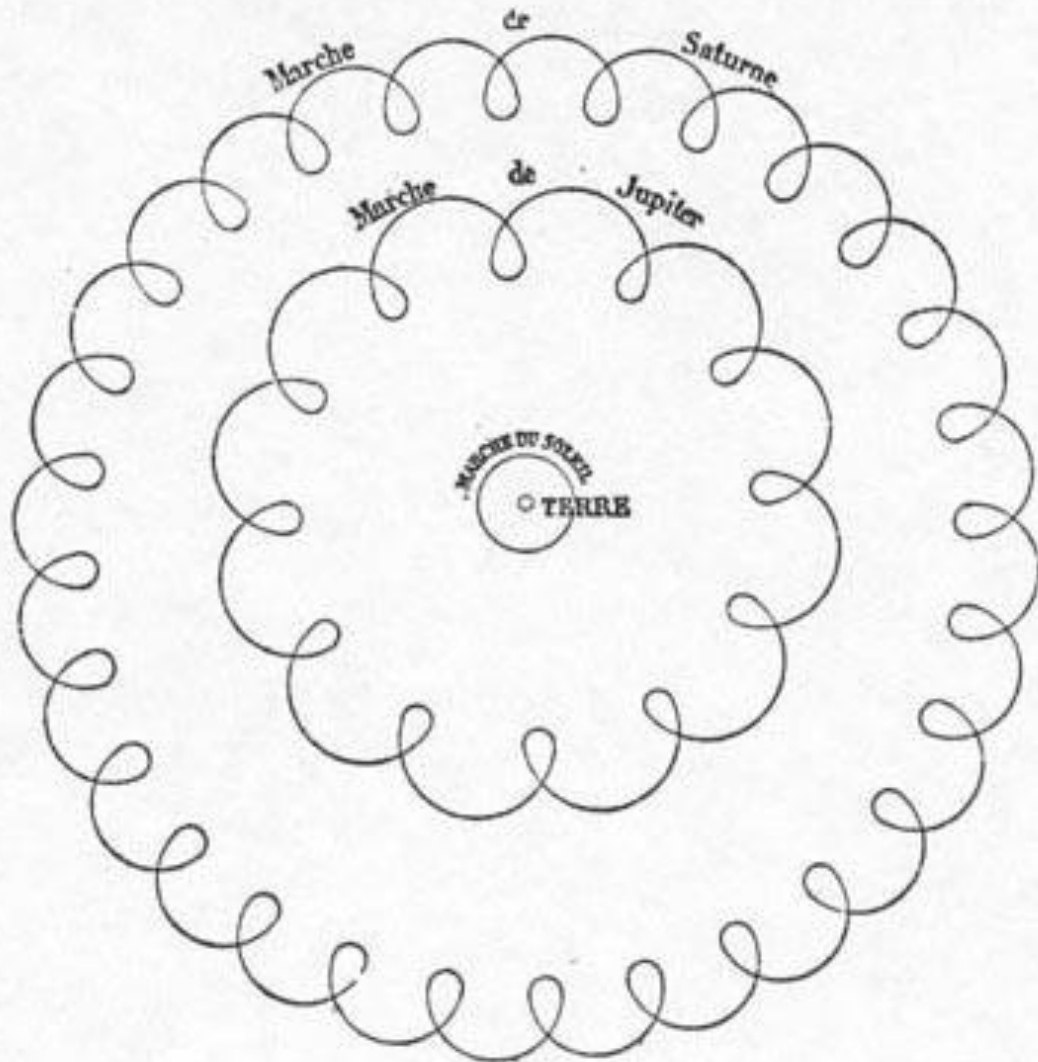
La distance au Soleil et aux planètes

- Un raisonnement simple: plus les planètes semblent aller vite, plus elles sont proches ! Mais à quelle distance ?
- On ne connaîtra la distance au Soleil que près de 2000 ans après avoir déterminé celle de la Lune!
- Il faut avoir un modèle d'univers pour pouvoir déterminer sa taille...

Le modèle d'univers d'Aristote



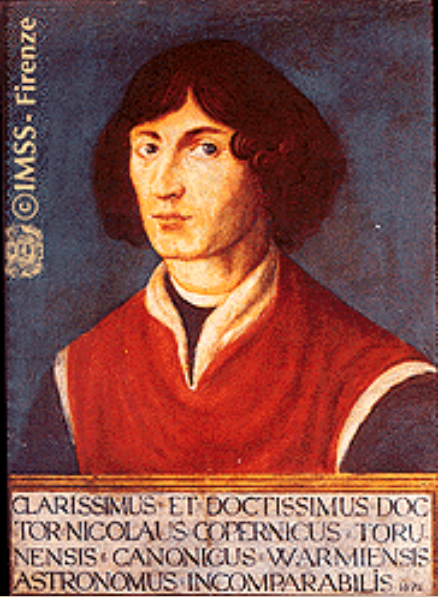
Le modèle de Ptolémée



ÉPICYCLES DE PTOLÉMÉE.



Ptolémée (100-170)



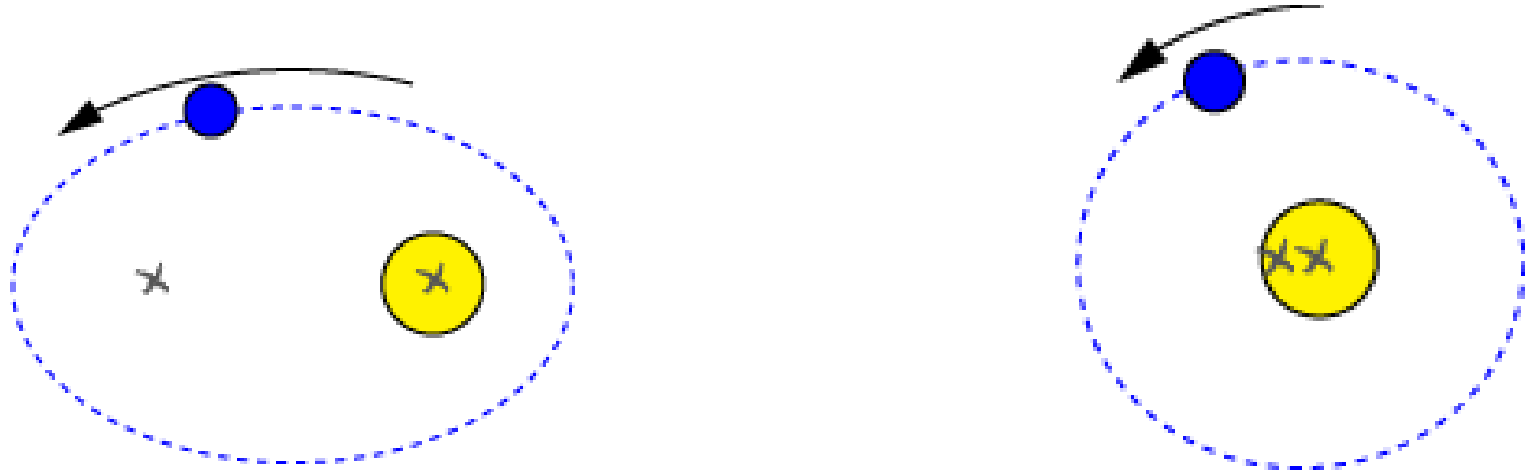
CLARISSIMUS ET DOCTISSIMUS DOCTOR NICOLAUS COPERNICUS TORUNENSIS CANONICUS WARMIENSIS ASTRONOMUS INCOMPARABILIS 1543

Copernic (1473-1543)

Le modèle de Copernic



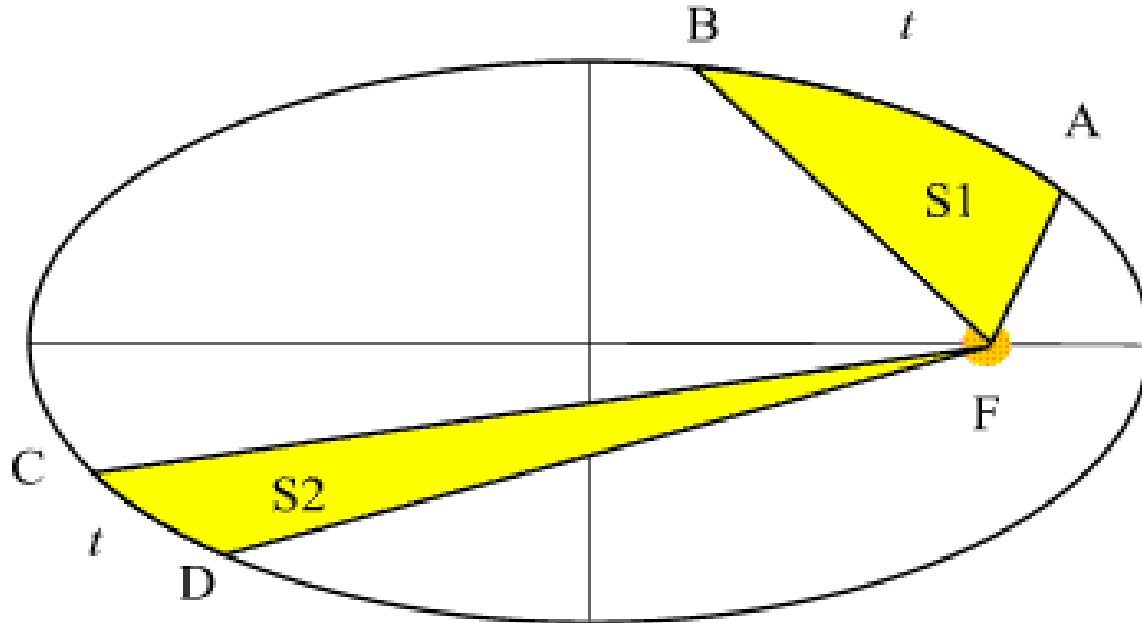
La première loi de Képler



- *Chaque planète décrit une ellipse dont le Soleil occupe un des foyers (1605).*

La loi des aires

Deuxième loi de Kepler $S_1 = S_2$



$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = C = n a b = \frac{2\pi a b}{T}$$

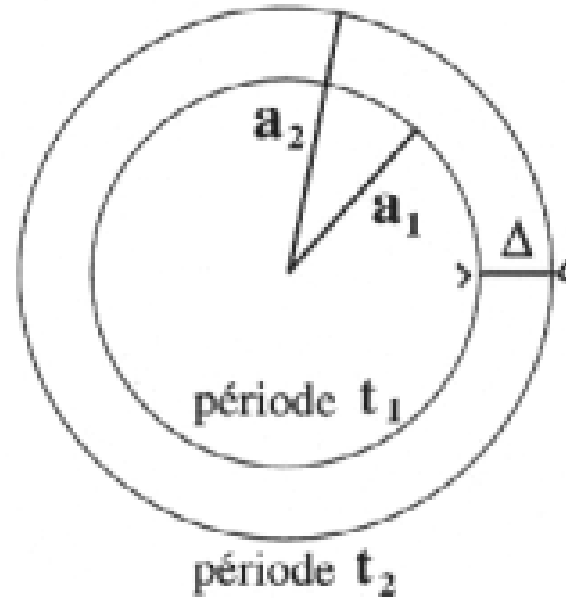
Les aires décrites par le rayon vecteur planète-Soleil sont proportionnelles aux temps employés à les décrire (Astronomia Nova, 1609);

La troisième loi de Képler

$$\frac{a_1^3}{t_1^2} = \frac{a_2^3}{t_2^2}$$

$$a_1 = a_2 - \Delta$$

→ a_1 et a_2



Les demi-grands axes a et les périodes de révolution T sont reliés par $a^3/T^2 = \text{constante}$ pour toutes les planètes (1618).

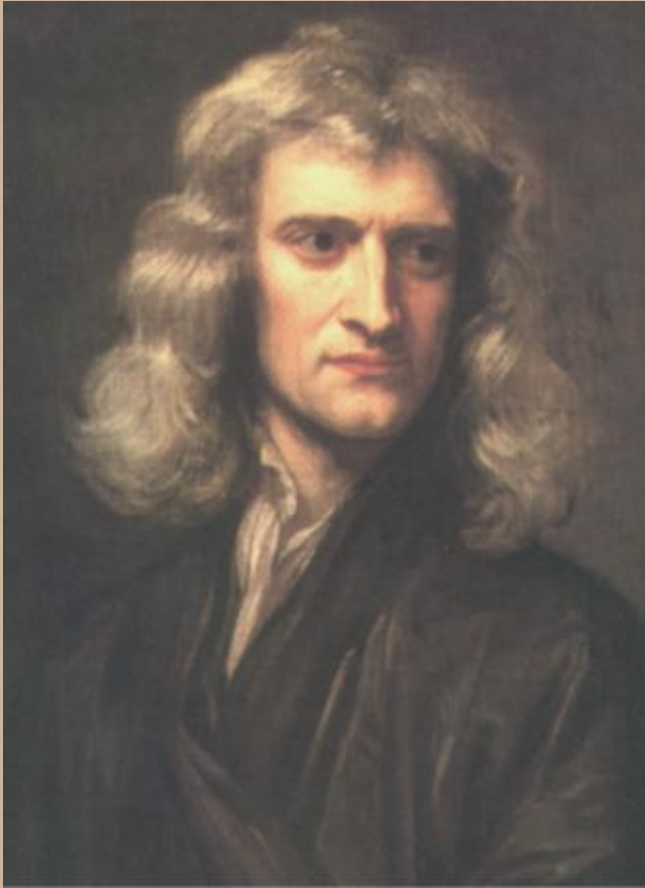
La troisième loi de Kepler dit que si on connaît une distance dans le système solaire alors on peut les connaître toutes.

Mesurer le ciel

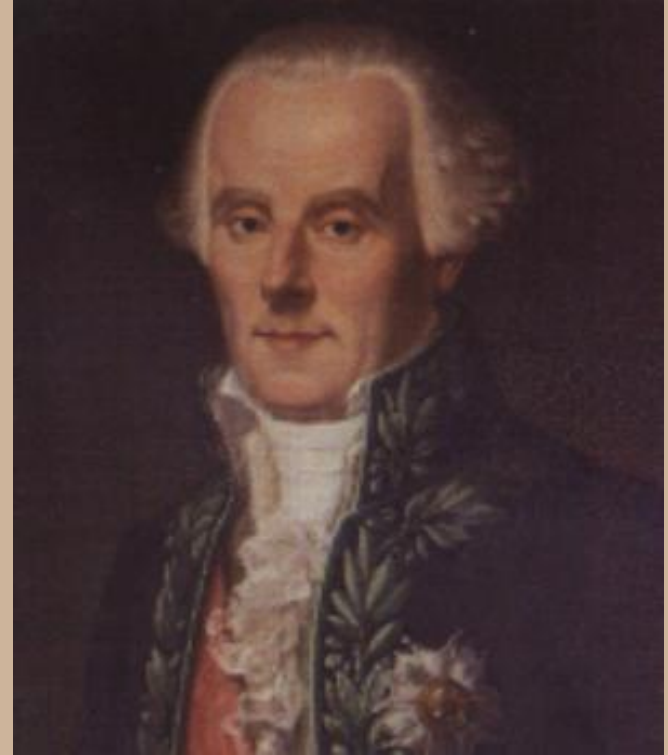
Tycho Brahé: ses
mesures vont aider
Kepler à écrire ses
« lois »



Les pères de la mécanique céleste: ils vont démontrer et prolonger les lois empiriques de Kepler



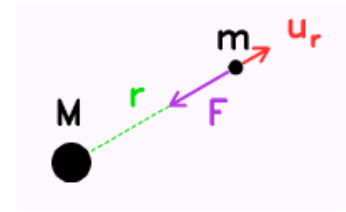
Newton (1643-1727)



Laplace (1749-1827)

Les lois de Newton:

introduire la notion de force instantanée à distance

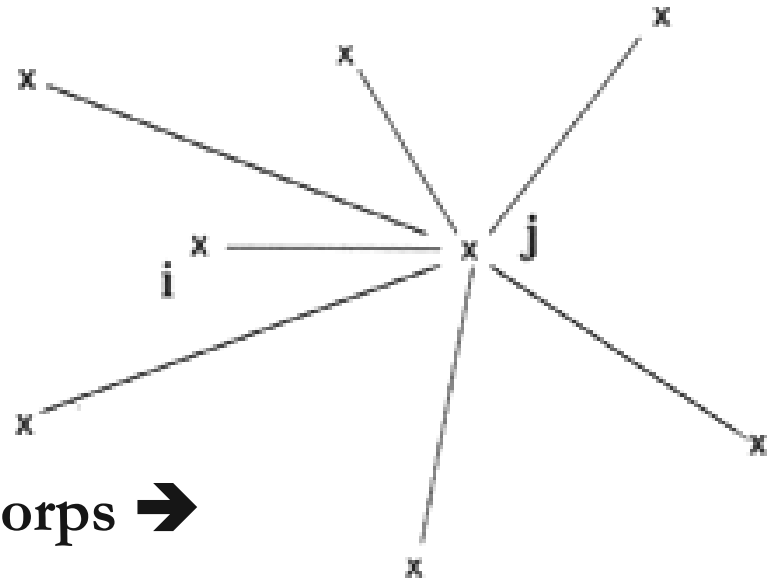


-loi fondamentale de la mécanique: $\mathbf{F} = m \boldsymbol{\gamma}$

-loi de la gravitation universelle: $\mathbf{F} = \mathbf{G} m M / r^2$

Forces et accélérations sont liées

$$\mathbf{F}_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}} \frac{k m_i m_j \mathbf{P}_i \mathbf{P}_j}{|\mathbf{P}_j \mathbf{P}_i|^3}$$



La complexité du problème à « n » corps \rightarrow

Les équations différentielles

$$\mathbf{F} = m \boldsymbol{\gamma} \quad \rightarrow \quad m \frac{d^2 \boldsymbol{x}}{dt^2} = f(\boldsymbol{x}) \quad \text{où } f = \mathbf{G} m \mathbf{M} / r^2$$

$$\rightarrow \boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}(t)$$

Application à la mécanique céleste:

Dans le cas de trois corps et plus, il n'y a pas de solution analytique générale: il faut trouver des solutions particulières ou des solutions approchées sous forme de séries dépendant du temps.

Dans le cas de deux corps: les lois de Kepler sont démontrées, il y a une solution exacte, c'est le mouvement sur une conique.

**Le problème à deux corps a une solution:
une trajectoire elliptique définie par 6 paramètres:**

a: demi grand axe

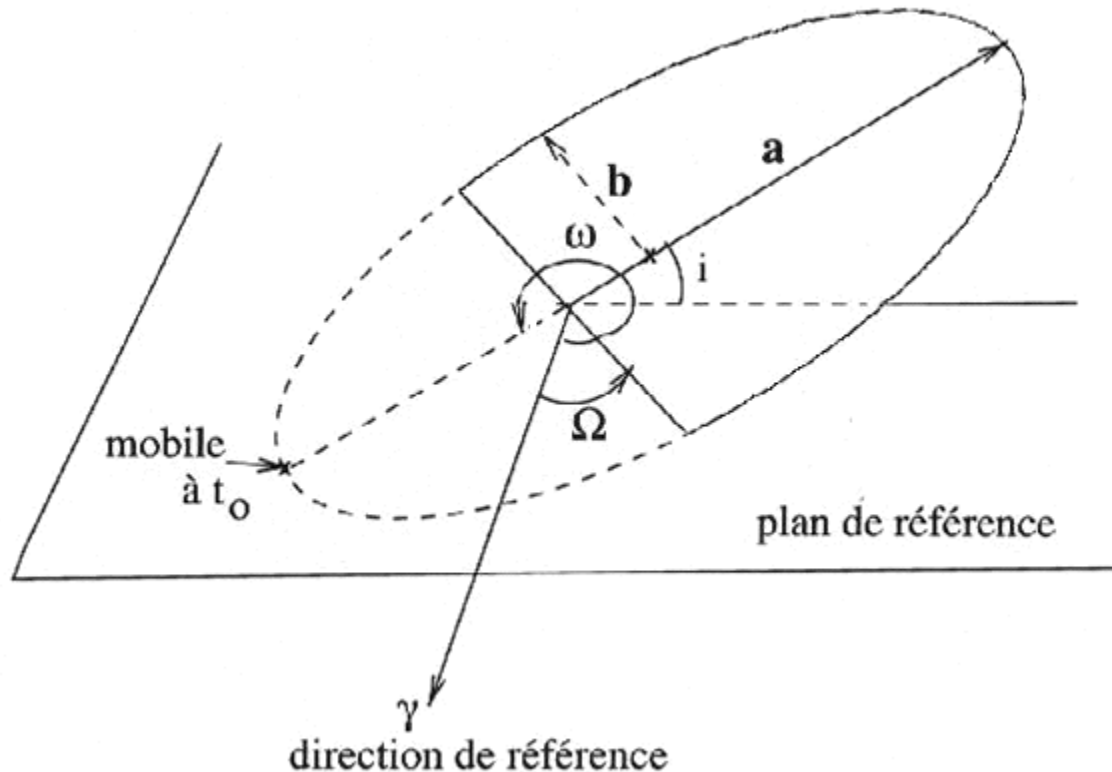
e: excentricité

i: inclinaison

Ω : longitude du noeud

ω : longitude du périastre

t_0 : instant de passage au périastre



$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

Cas où l'on a plus de deux corps: pas de solution analytique exacte

Par chance le système solaire est une somme de problèmes à deux corps:

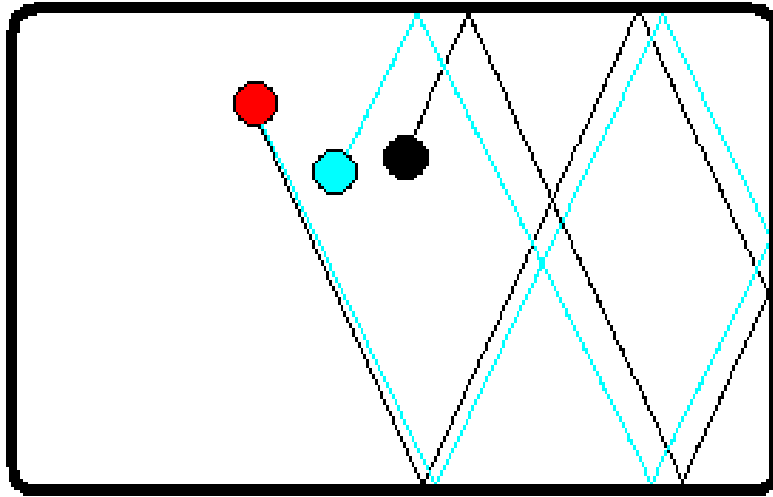
- soleil + planète
- planète + satellite

Rappel: définition de l'ellipse
a: demi grand axe
e: excentricité
i: inclinaison
 Ω : longitude du noeud
 ω : longitude du périastre
 t_0 : instant de passage au périastre

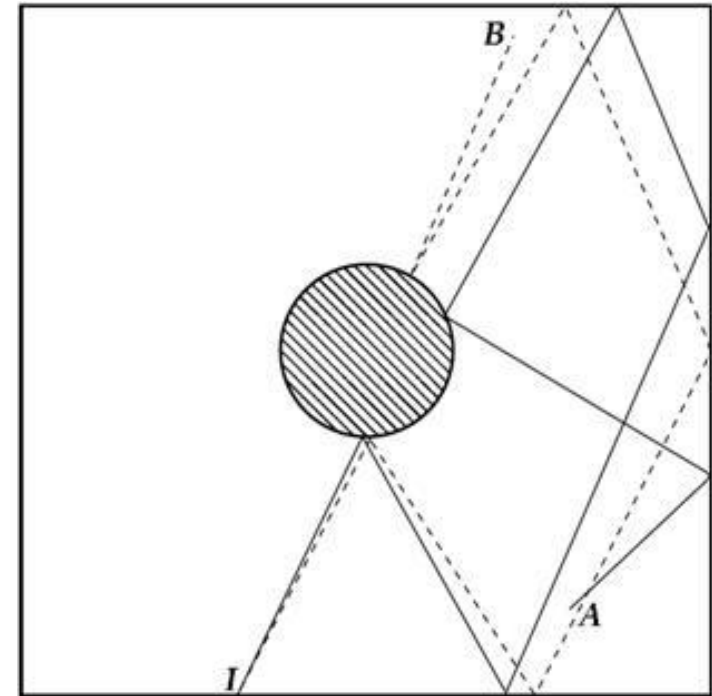
On va résoudre des problèmes à deux corps, perturbés par des forces extérieures

→ Lagrange introduit des équations qui « font varier les constantes »: les six paramètres de définition de l'ellipse vont varier au cours du temps en fonction des forces perturbatrices. A chaque instant, leur valeur définit l'orbite « osculatrice ».

Qu'est-ce qu'un système chaotique?



Ci-dessus, le système est stable et non chaotique: on peut prévoir à peu près où se trouvera le mobile



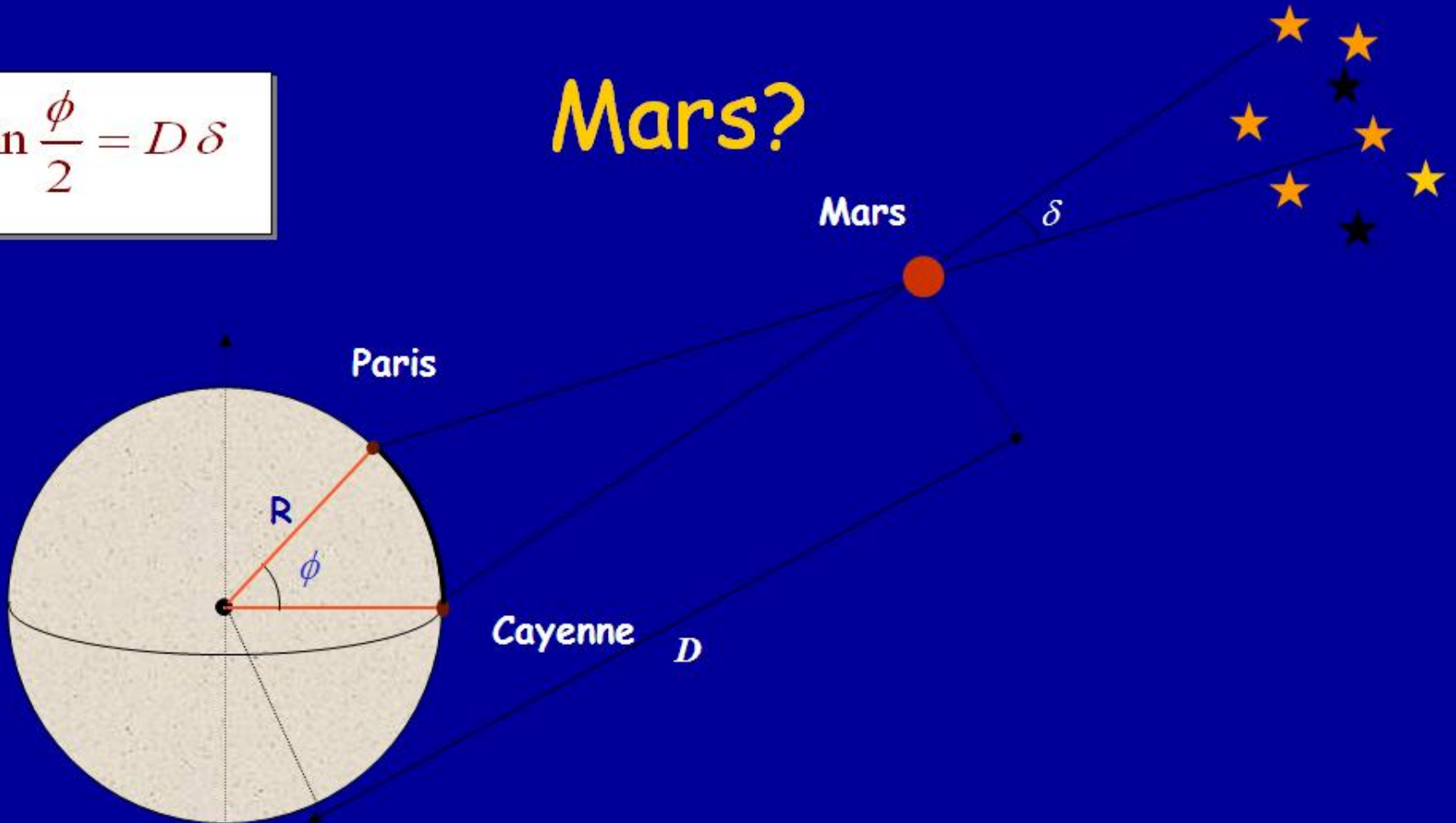
Ci-dessus, le système est chaotique: après un certain temps, la prédiction est impossible

Exemple: le mouvement des planètes intérieures est chaotique alors que celui des planètes géantes est stable.

Avec les lois de Kepler, il suffit de mesurer la distance
d'une seule planète proche pour connaître toutes les autres

$$2R \sin \frac{\phi}{2} = D \delta$$

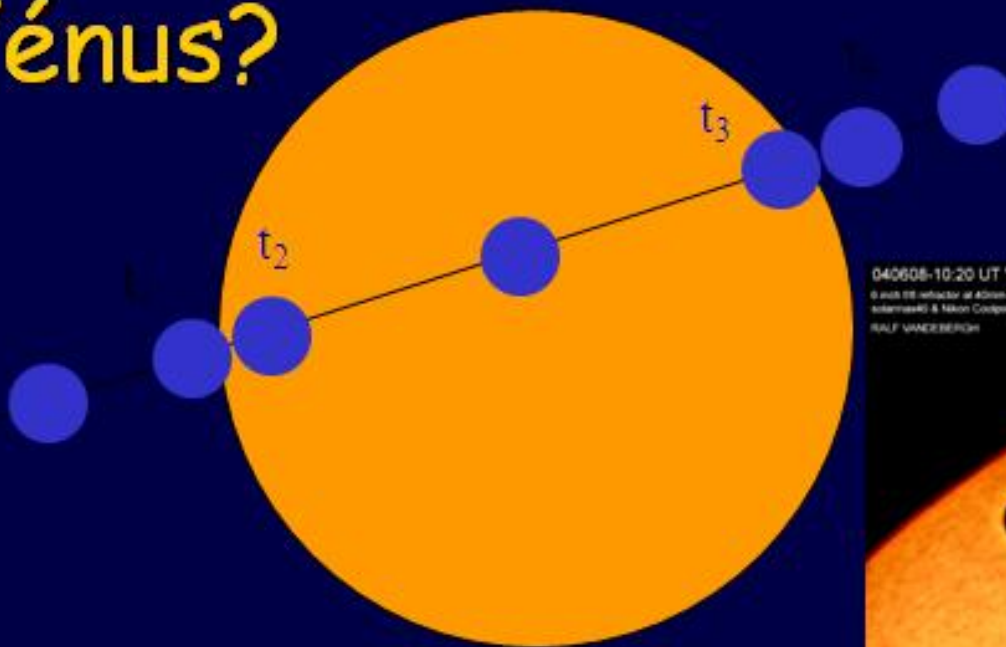
Mars?



Vénus se trouve entre la Terre et le Soleil

Un phénomène rare: 1639, 1761, 1769, 1874, 1882, 2004, 2012
→ Vénus peut passer devant le Soleil!

Vénus?



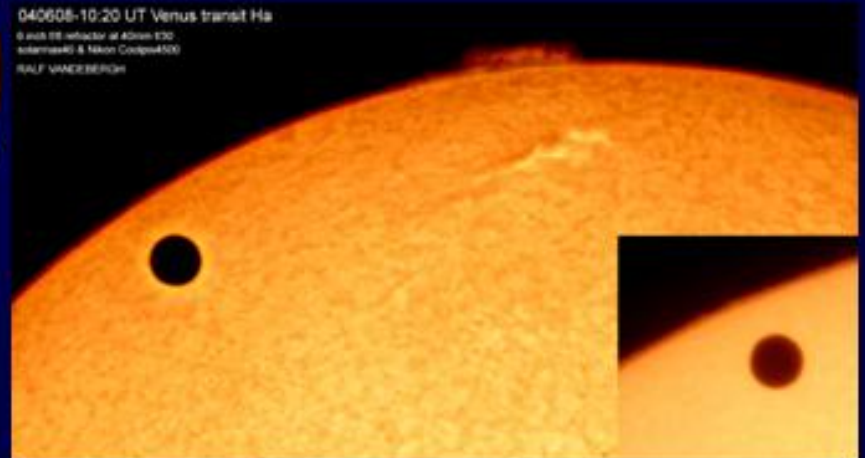
t_1 : 1^e contact

t_2 : 2^e contact

t_3 : 3^e contact

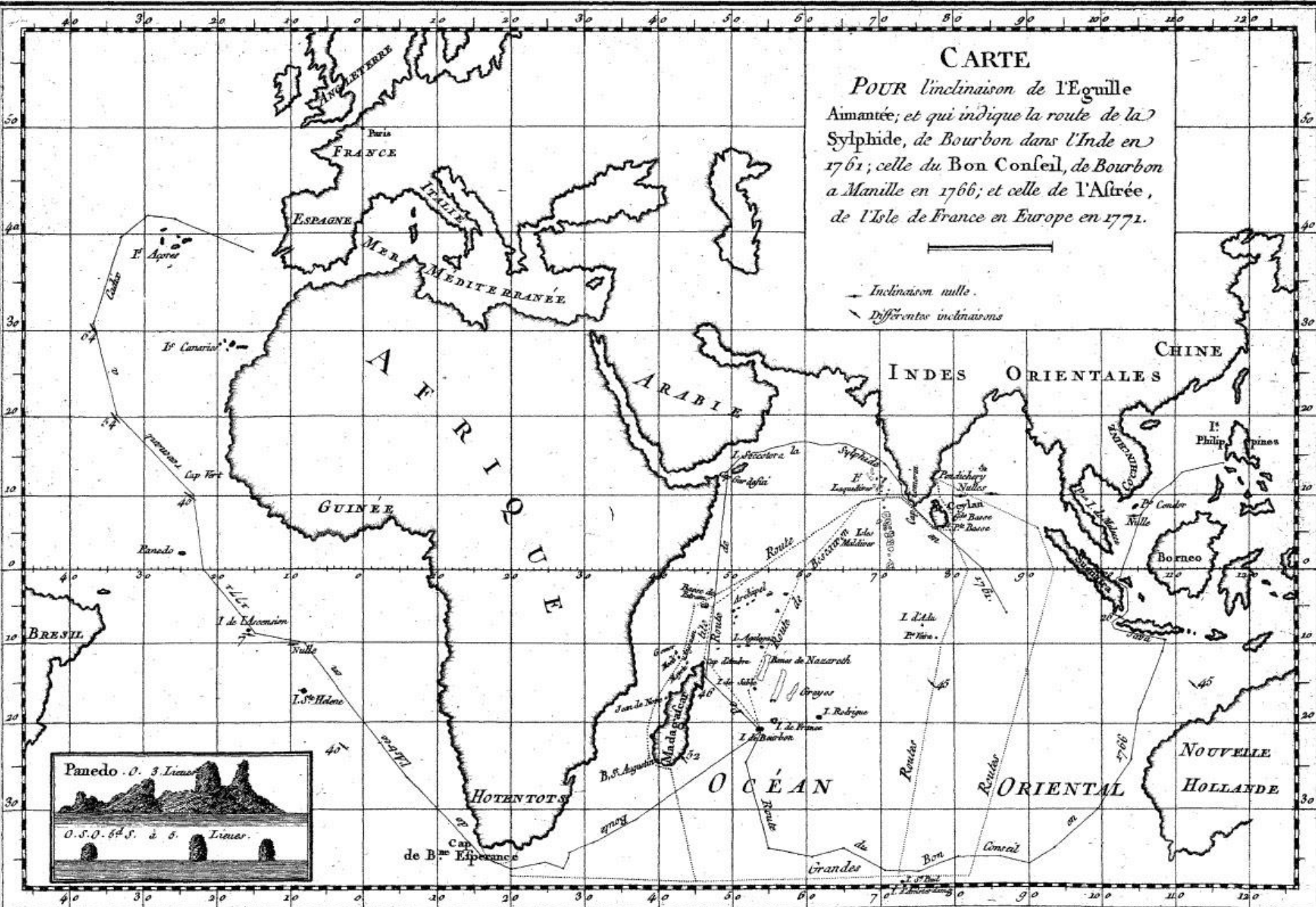
t_4 : 4^e contact

040608-10:20 UT Venus transit Ha
6 inch f8 reflector at 40mm f20
astromask & Nikon Coolpix4500
RALF VANDERBORN



Observer c'est mesurer l'instant des contacts en Temps Universel

Des astronomes explorateurs pour observer les passages de Vénus



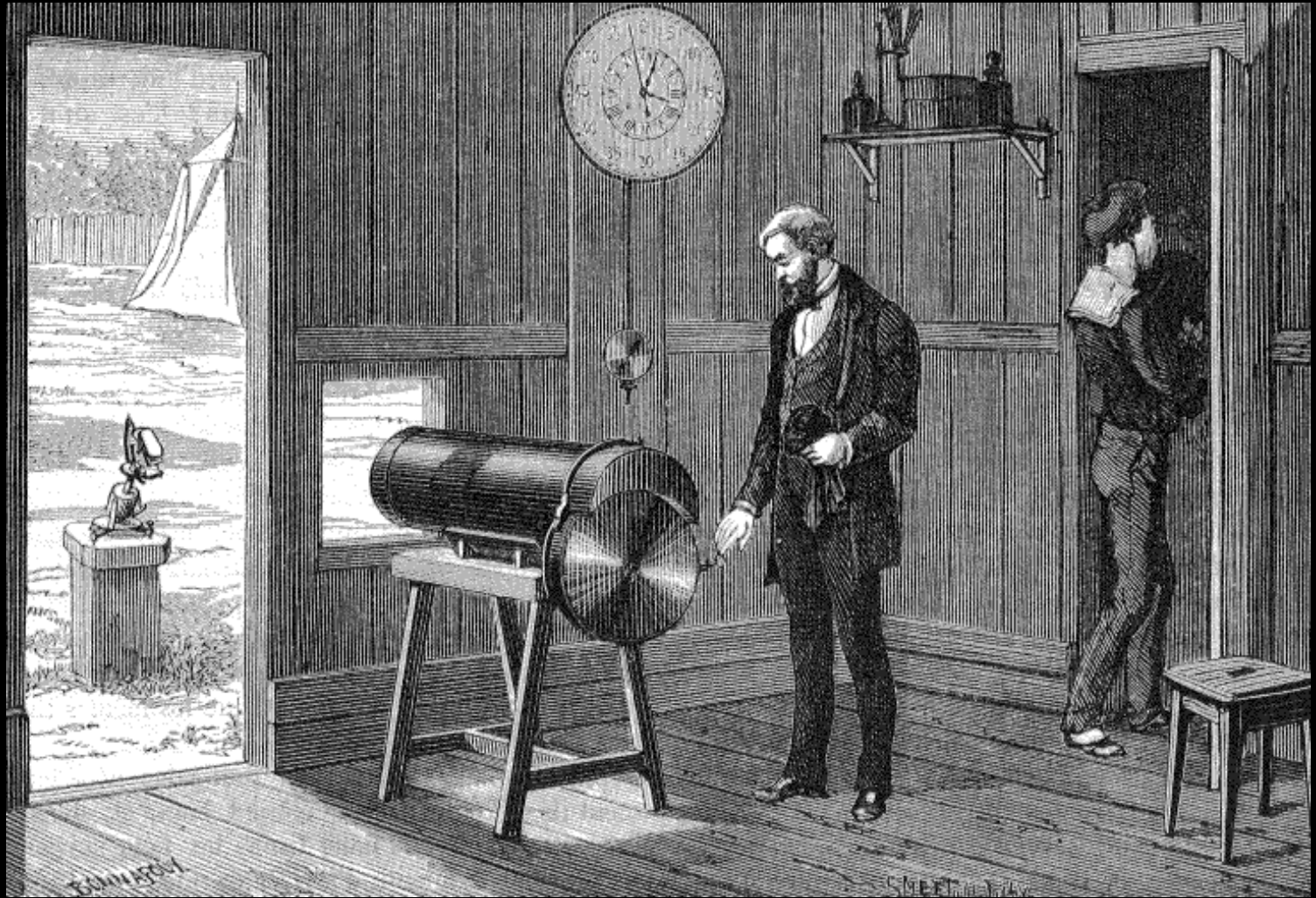
Le passage de 1769



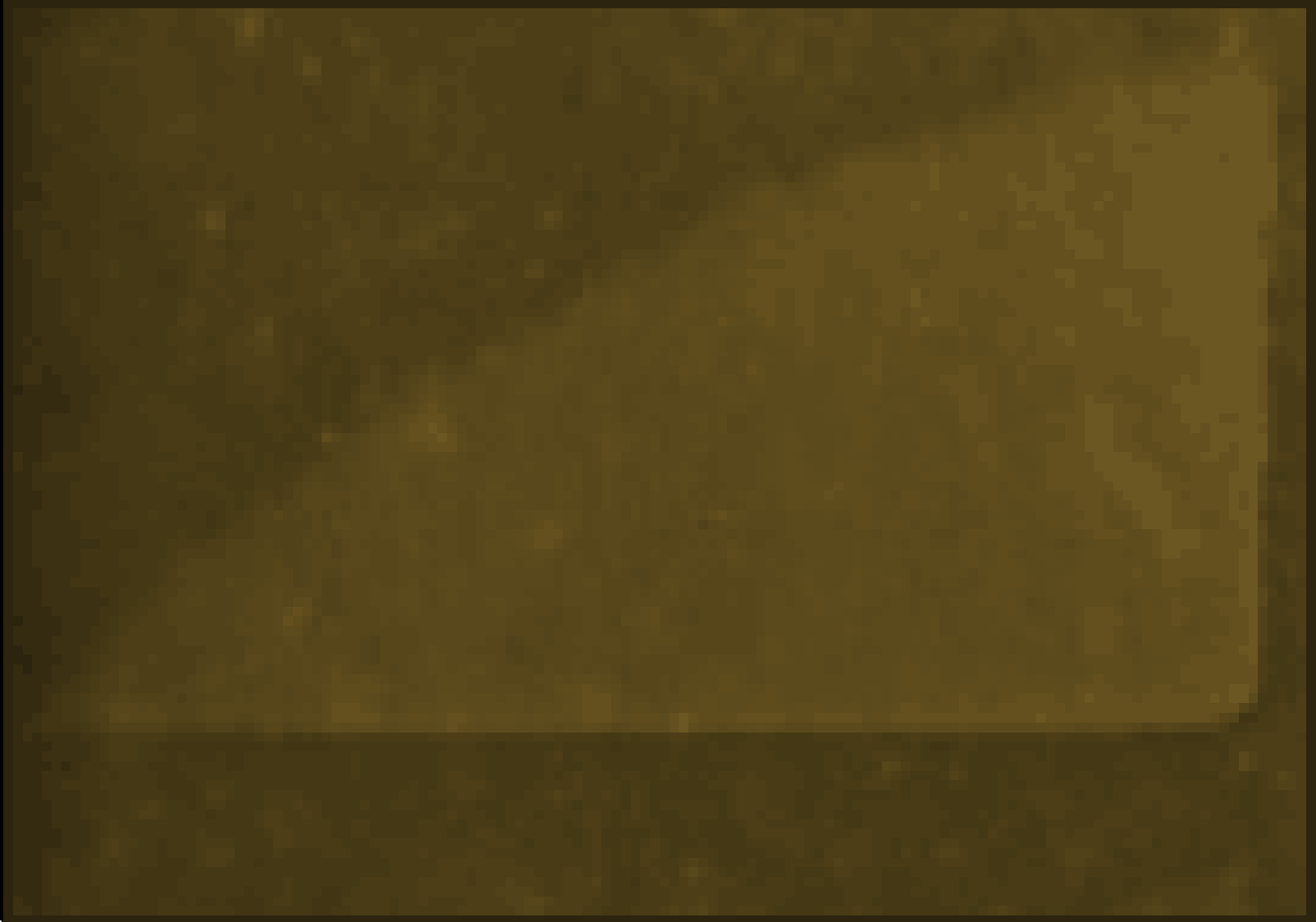
Le capitaine Cook à Tahiti à « Point Venus »

Les passages de 1874 et 1882

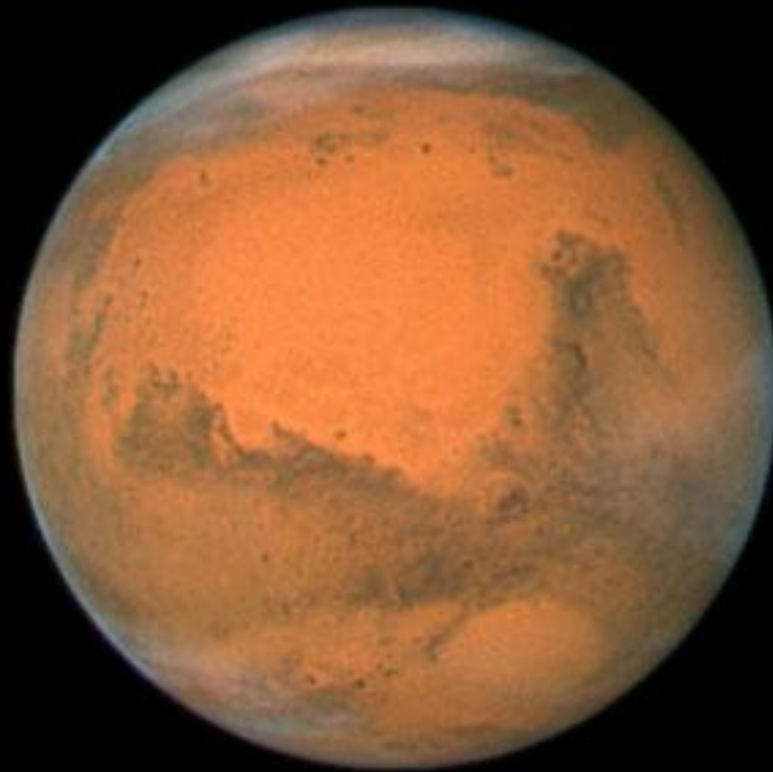
Au XIXème siècle: l'avènement de la technique



Observation de 1882 au Japon par Janssen: le premier film !



Aujourd'hui Mars est accessible par radar: sa distance est connue à quelques mètres près et donc toutes les distances dans le système solaire grâce aux lois de Képler



La distance Terre-Soleil est de 149 597 870 km 691 m

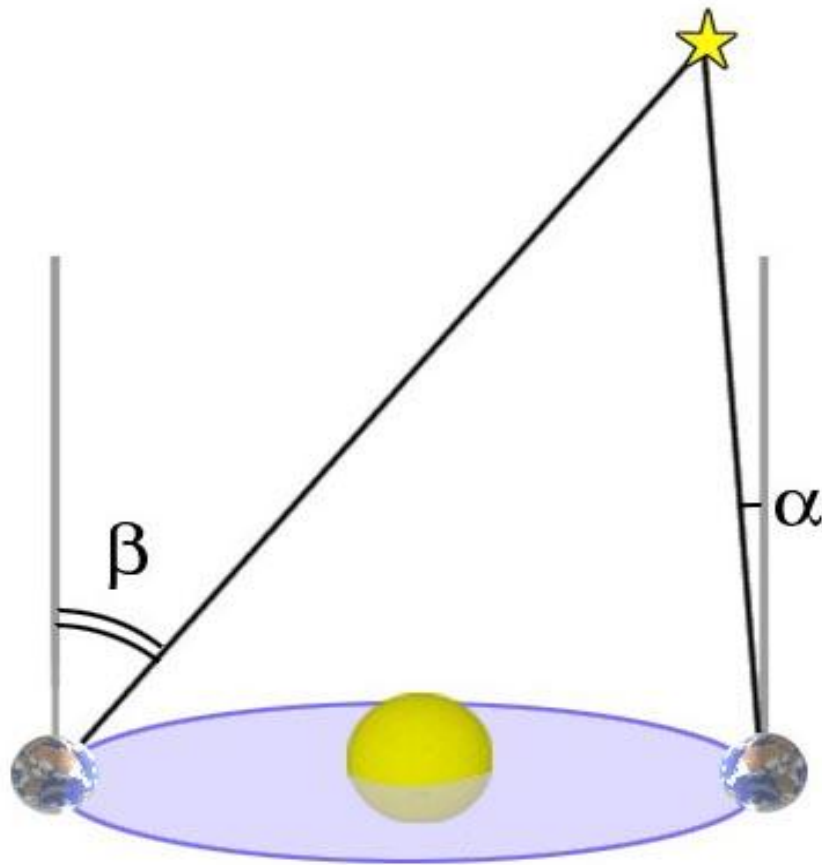
- Nous avons mesuré le système solaire. Mais comment aller au-delà?
- D'abord comprendre ce qu'il y a dans l'univers au-delà du système solaire.

Au-delà du système solaire, les distances deviennent très grandes

	km	temps de lumière
Lune	400 000	1 seconde
Soleil	150 millions	8 minutes
Jupiter	700 millions	40 minutes
Pluton	6 milliards	4 heures
Alpha du Centaure	40 000 milliards	4 années
Centre galactique	400 millions de milliards	35 000 années
Galaxie d'Andromède	12 milliards de milliards	1 million d'années
Galaxie très éloignée	120 000 milliards de milliards	10 milliards d'années
Horizon cosmologique	168 000 milliards de milliards	14 milliards d'années

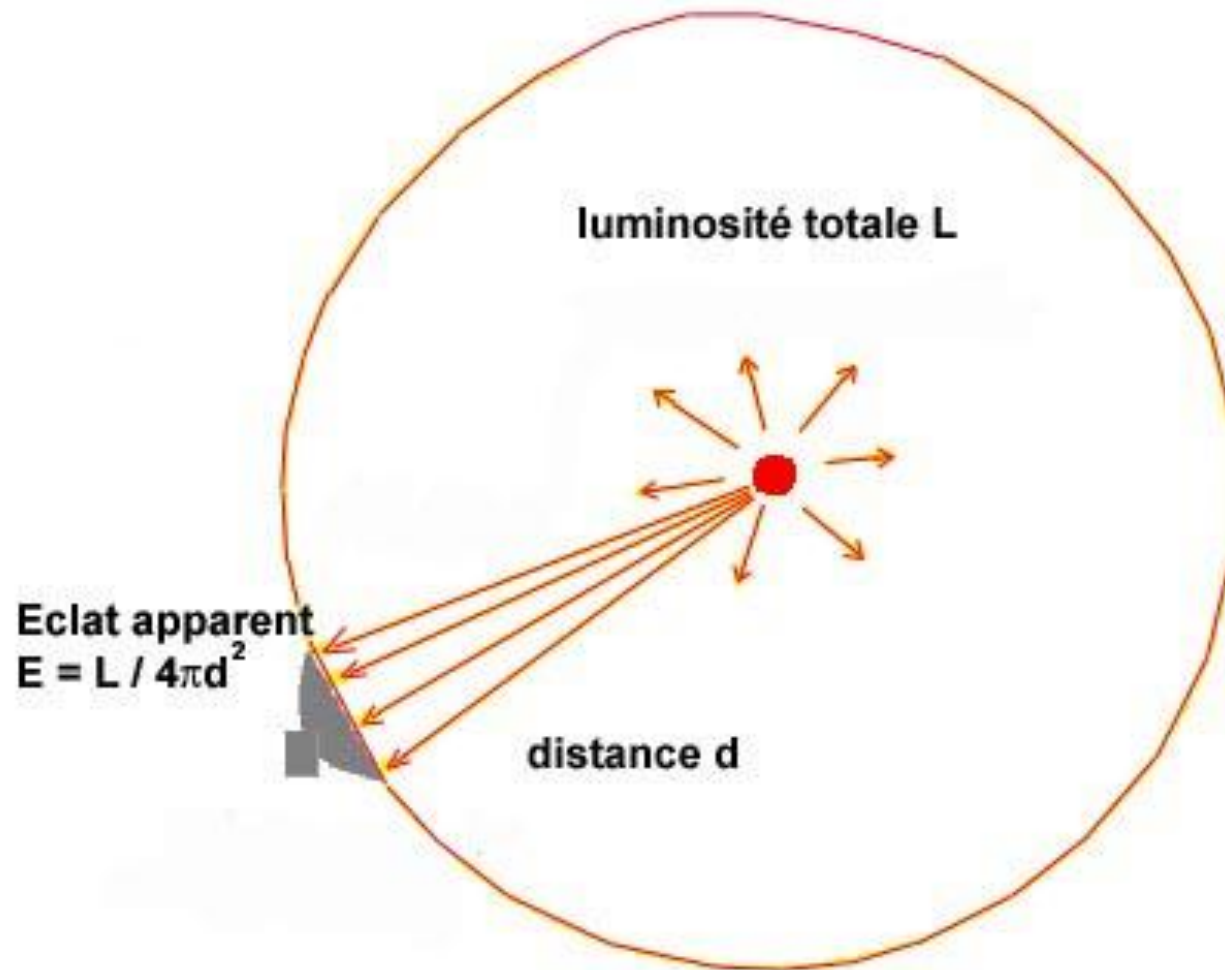
Peut-on appliquer le principe de triangulation pour la distance des étoiles?

Oui: c'est la parallaxe annuelle avec une base de 300 millions de km



Cette méthode ne s'applique qu'aux étoiles proches de nous

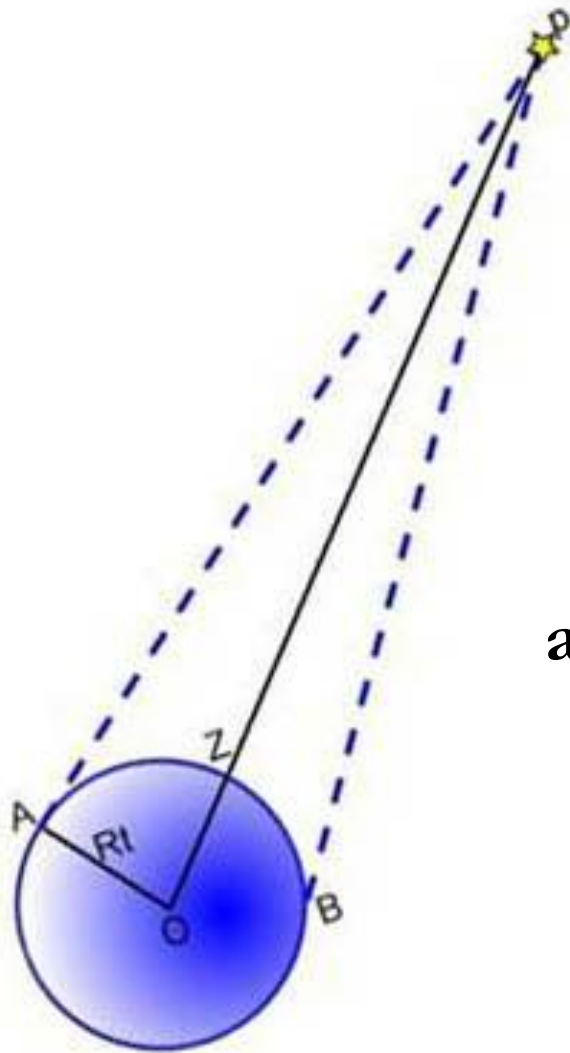
La luminosité des étoiles va suppléer la triangulation pour les étoiles éloignées



Plus une étoile est loin, moins elle est brillante (→ parallaxe photométrique)



L'astrométrie: comment ça marche?



La parallaxe diurne

L'astrométrie, c'est mesurer des angles pour obtenir des parallaxes, c'est mesurer des positions angulaires sur la sphère céleste

Parallaxe de la Lune = 1 degré = 3600 "

Parallaxe du Soleil = 8 "

Parallaxe de Jupiter = 1,5 "

($0,5^\circ = 1800 "$)

Résolution:

La résolution concerne la faculté de distinguer des détails sur une image astronomique.

Un point → une tache dont le diamètre dépend de la taille du télescope

Il est impossible de distinguer deux points dont la distance est inférieure à la taille de la tache: c'est la résolution du télescope utilisé .

Exemples:

Télescope de 30 cm de diamètre: 0,46 seconde de degré

Télescope de 1m de diamètre: 0,14 seconde de degré

Télescope de 10 mètres de diamètre: 0,02 seconde de degré

Précision:

La précision concerne la mesure d'une position angulaire par rapport à une référence (des étoiles ou un repère lié aux étoiles ou au mouvement du Soleil et de la Terre). Elle dépend de l'importance des distorsions des images au foyer du télescope et des possibilités de correction.

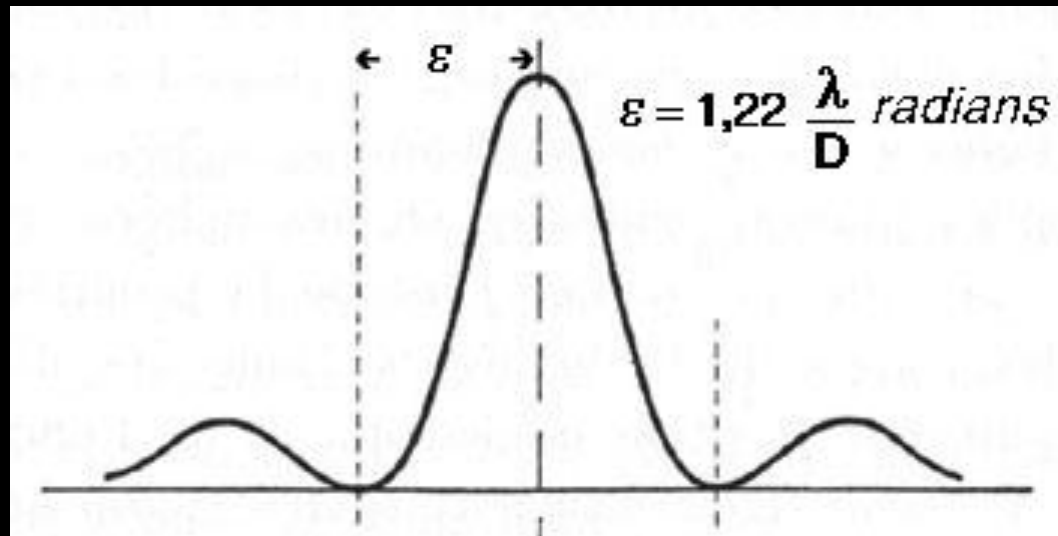
Exemples:

Télescope de Schmidt: 0 ".100

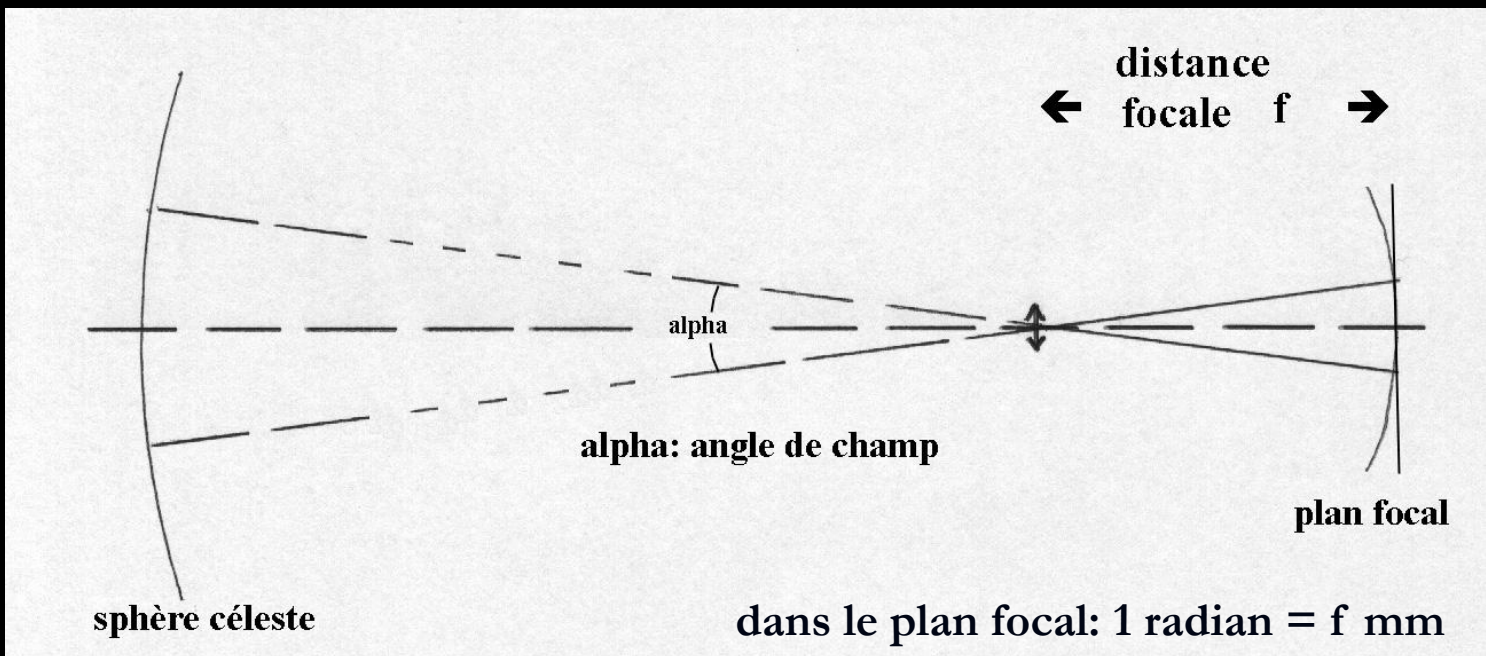
Télescope longue focale: 0".010

Hipparcos: 0".001

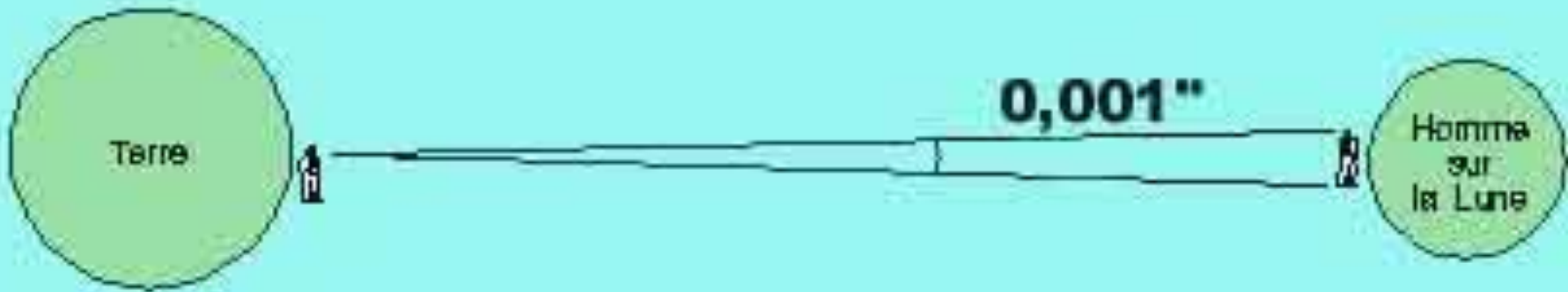
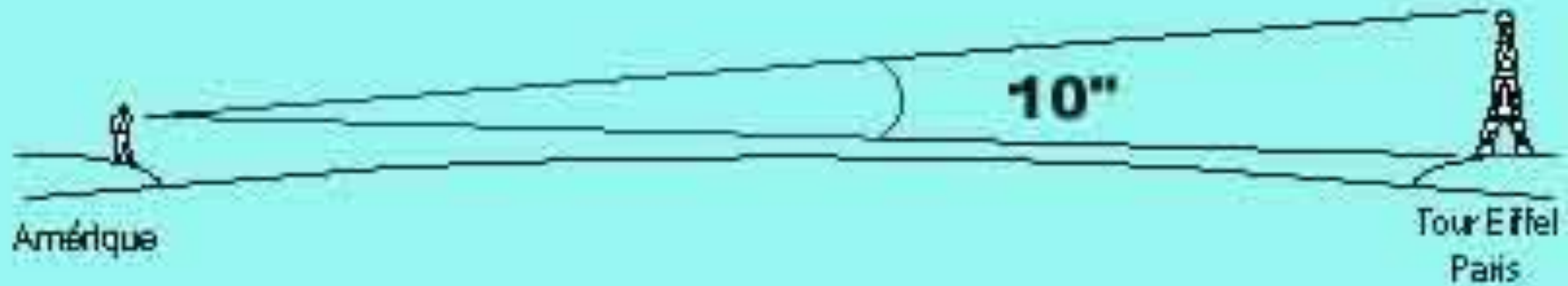
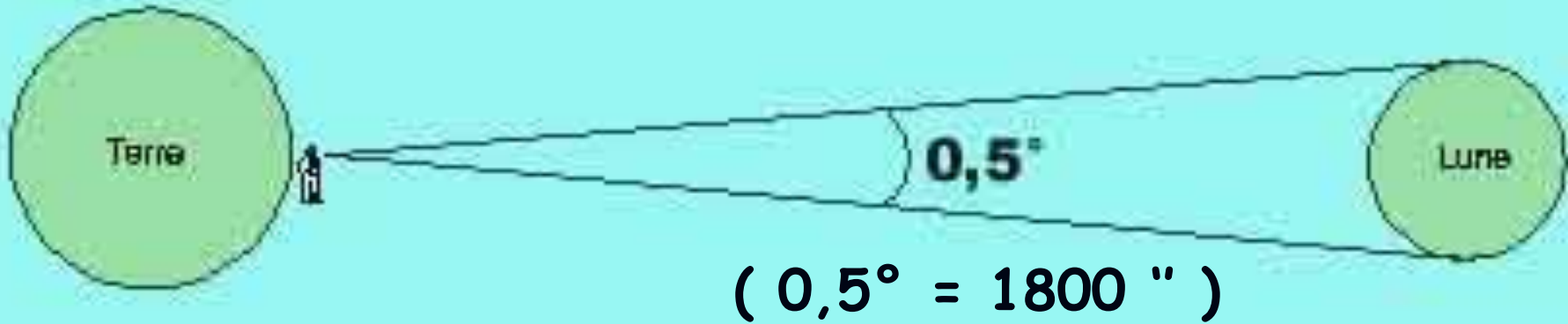
Gaia: 0 ".000001



Un point → une tache de diffraction au foyer



La mesure des angles, précision, résolution



Angle apparent + taille \rightarrow distance

Historique de la précision de mesure

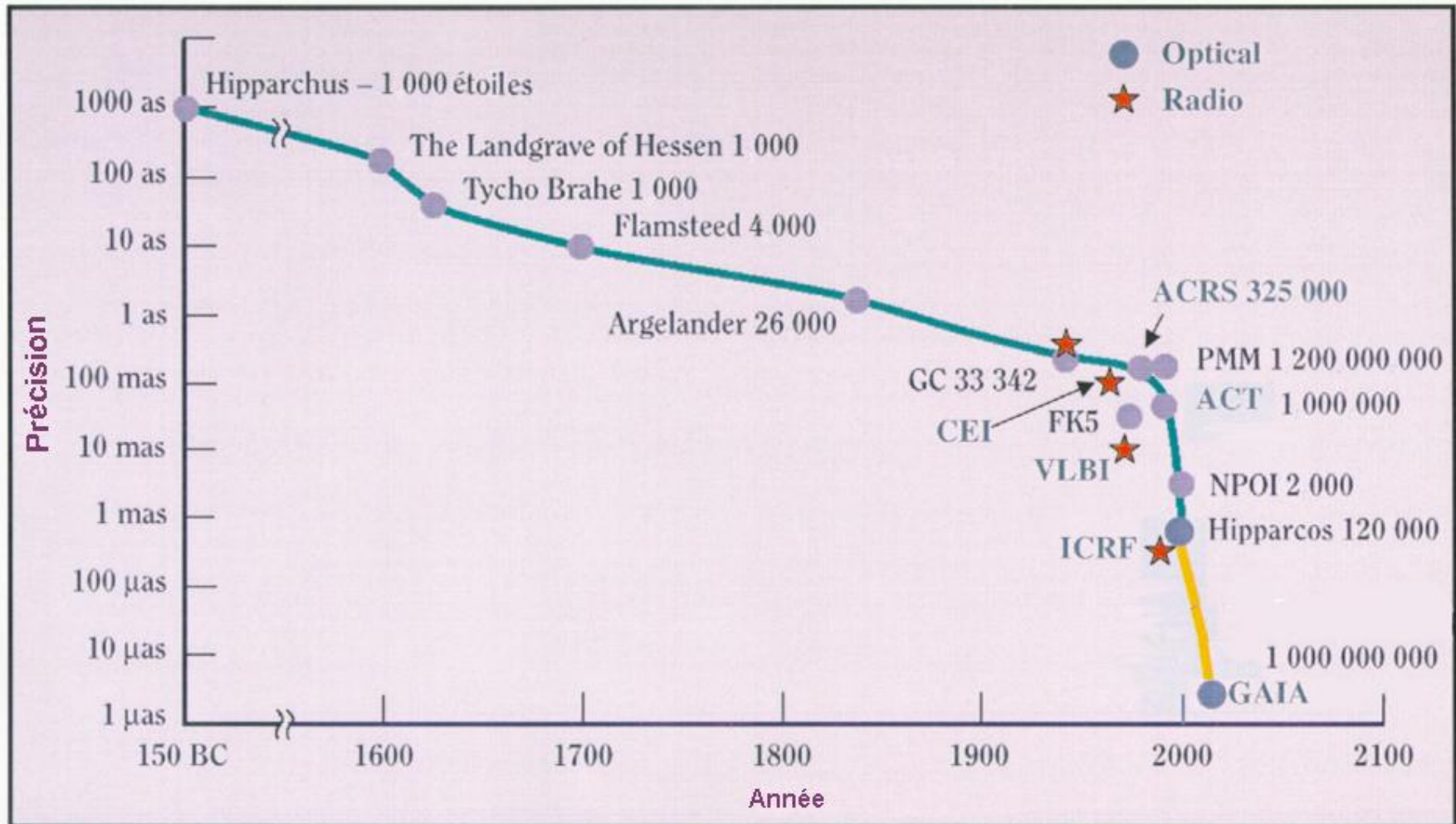
À l'œil nu:

- Hipparque (-150): 1000 secondes de degré (~15 minutes)
- Tycho Brahé (1630): 20 secondes de degré
- Flamsteed (1700): 10 secondes de degré

Avec un télescope:

- Argelander (1850): 1 seconde de degré
- XIXème siècle (micromètre): 0.1 à 0.5 seconde de degré
1 seconde de degré = 1000 mas
- Début du XXème siècle (photo, FK): 100 à 300 mas
- Fin du XXème siècle (CCD, UCAC2): 50 mas
- Hipparcos (1995): 0.1 mas
- Gaia (2015): 0.001 mas

La précision des catalogues d'étoiles



Précision et exactitude des observations

- Qu'est-ce qu'une mesure?

Évaluer une quantité avec un étalon

- Précision de la mesure (erreur interne)

Soin avec lequel on effectue la mesure; les erreurs sont aléatoires dépendant de la technique utilisée

- Exactitude de la mesure (erreur externe)

Proximité de la « réalité » que l'on déterminera à partir de mesures indépendantes afin d'éliminer les biais des mesures

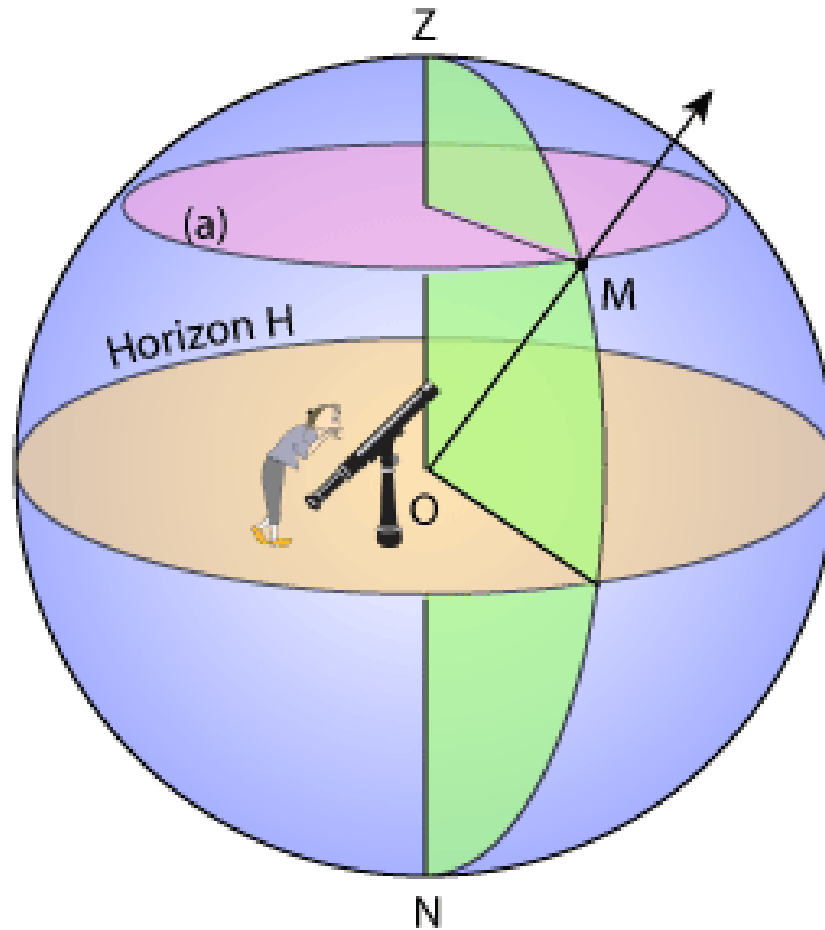
Trois techniques: une mesure angulaire, une datation ou une mesure directe de distance

- **Comment mesurer la position d'un objet:**
 1. Mesurer un angle sur le ciel par rapport à une référence
 2. Observer un phénomène donnant une configuration géométrique particulière à un instant bien défini par rapport à un corps connu (Lune, planète, ...)
 3. Mesurer la distance à l'objet par radar ou par radioscience
- **La méridienne associe les points 1 et 2**

Deux méthodes de mesure angulaire: positionnement absolu ou relatif

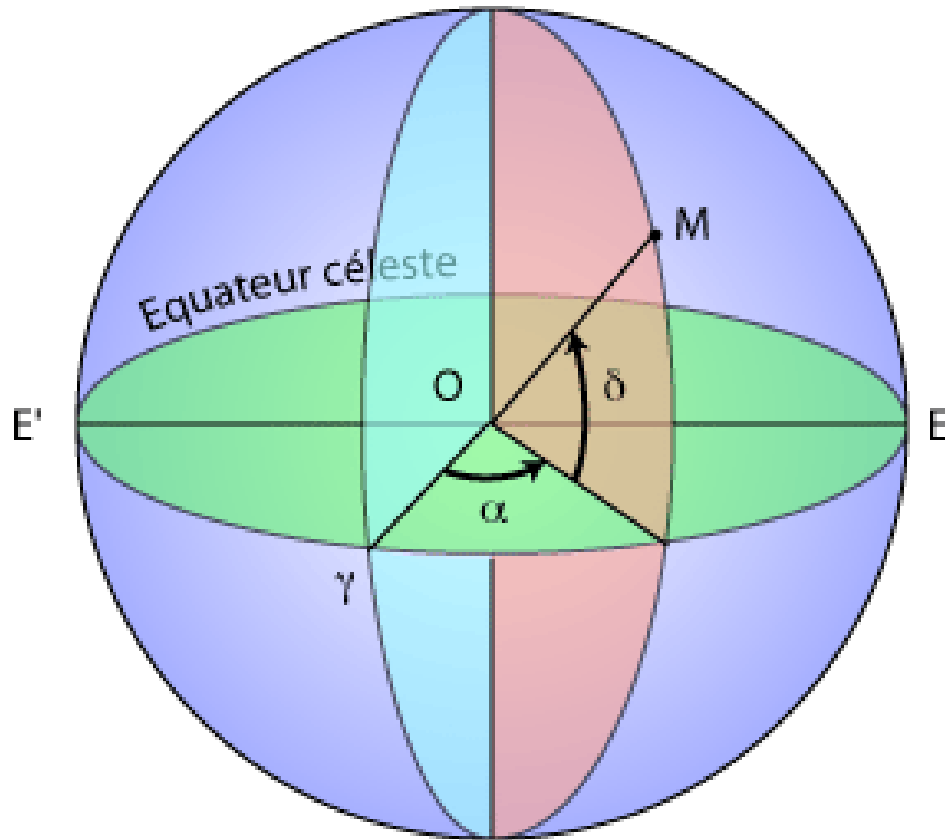
- **Comment mesurer la position d'un objet:**
 - **Par rapport au référentiel de l'observateur**
 - **Par rattachement à des astre proches connus**
- **Dans les deux cas, il faut se ramener à un référentiel commun espace-temps pour tous les observateurs**

Un système pour se repérer

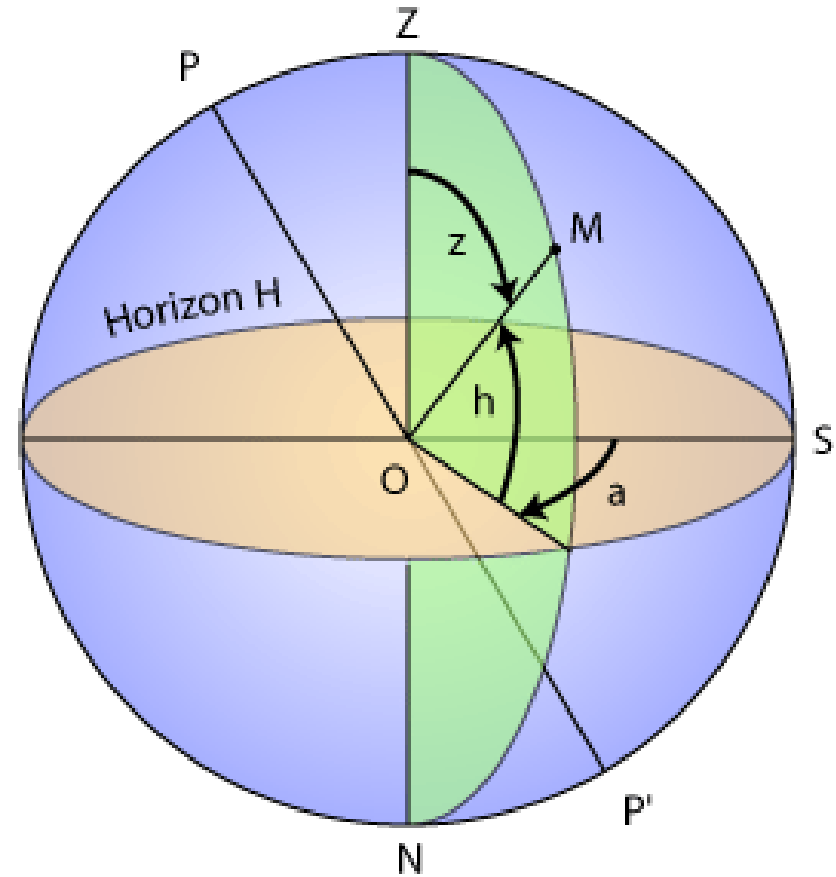


Un système commun pour tous

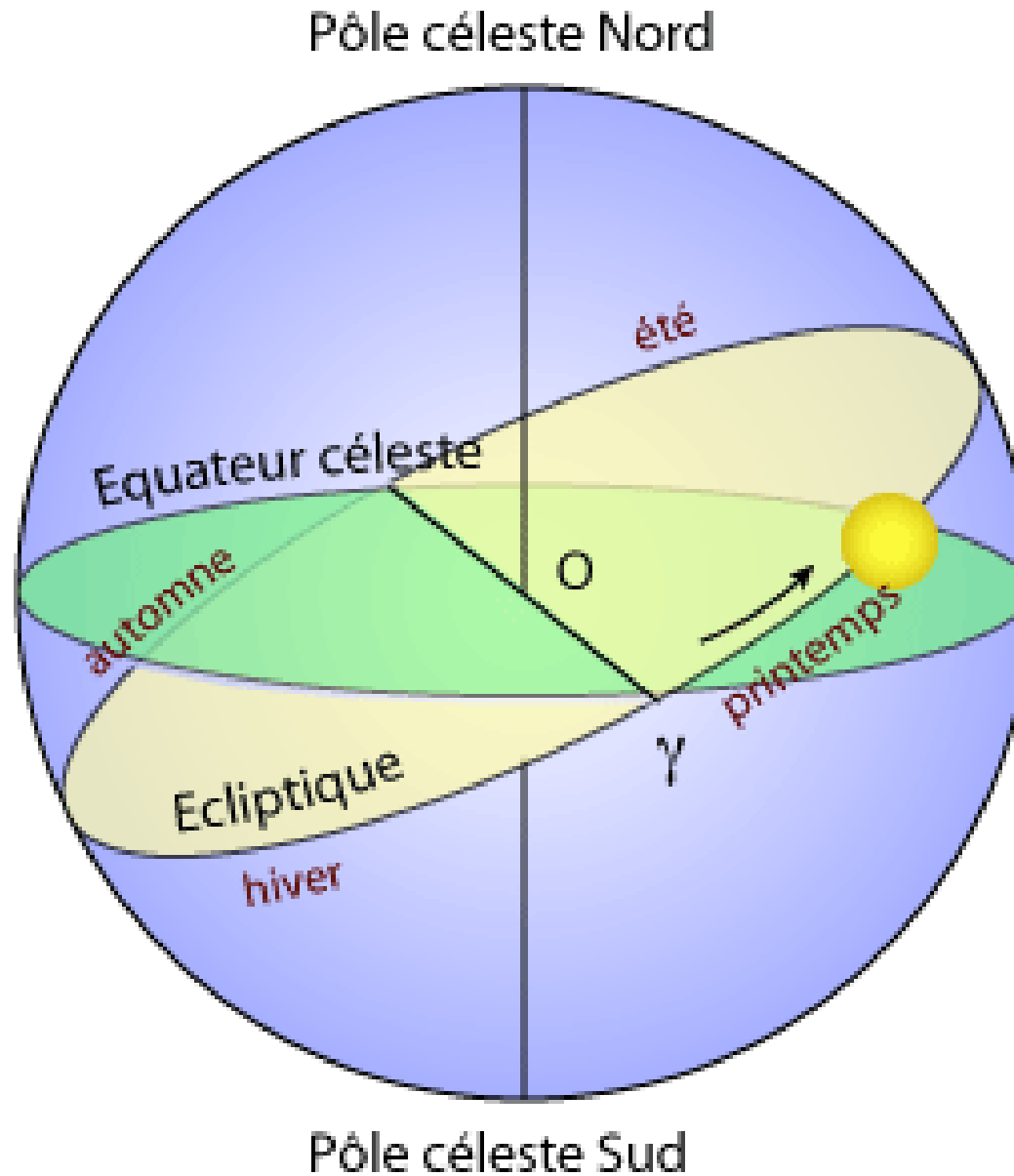
Pôle céleste Nord



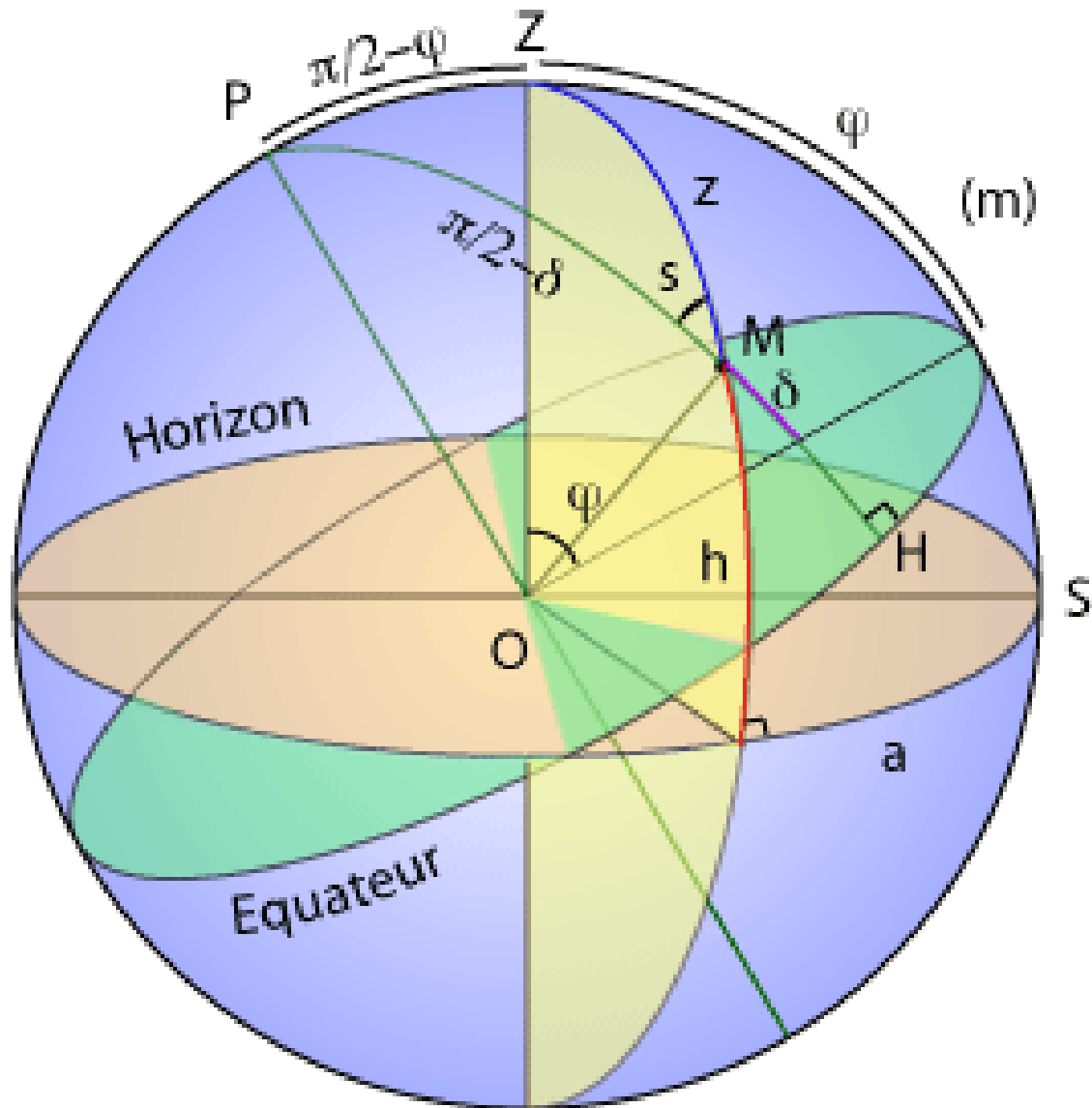
Pôle céleste Sud



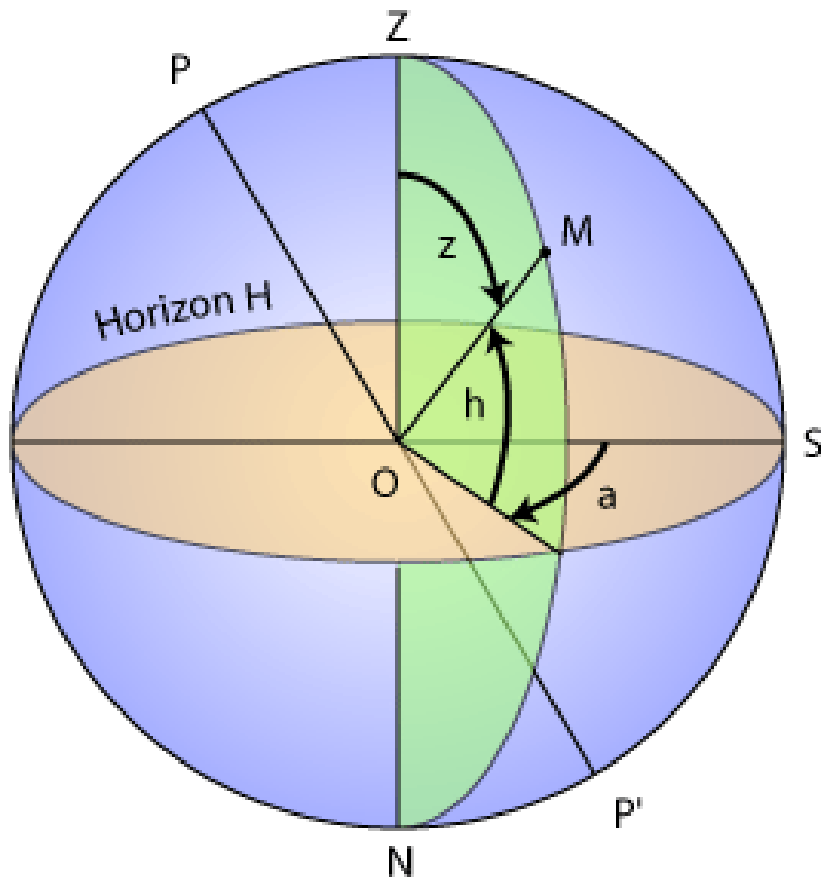
Trouver une origine dans un ciel où tout bouge!



Résoudre un triangle sphérique



Le principe de l'instrument méridien

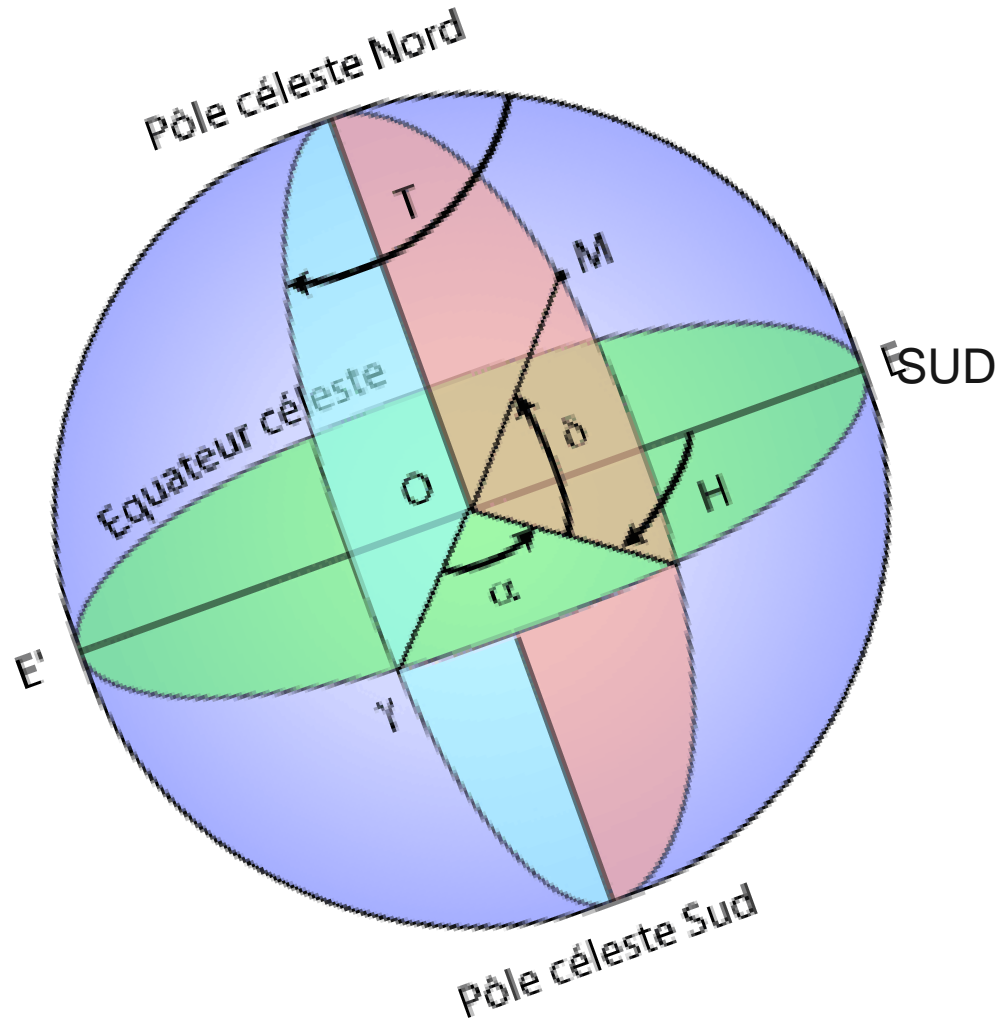


La sphère équatoriale locale

Une mesure simple dans le repère local au moment où l'astre « passe au méridien »:

- la précision dépend de l'instrumentation et de la connaissance du lieu d'observation (longitude, latitude)
- on mesure la hauteur sur l'horizon et l'instant du « passage »

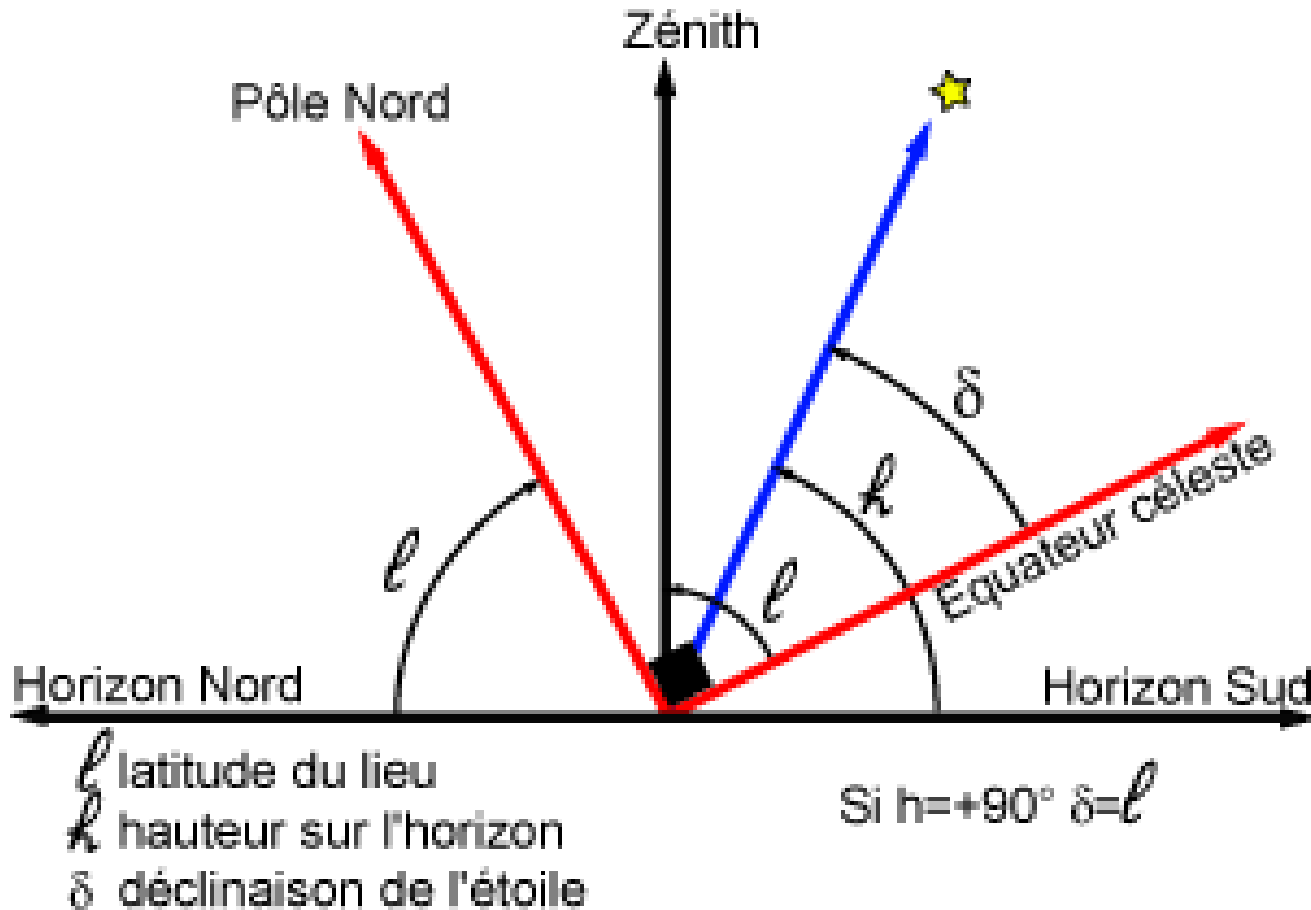
Sphère équatoriale locale



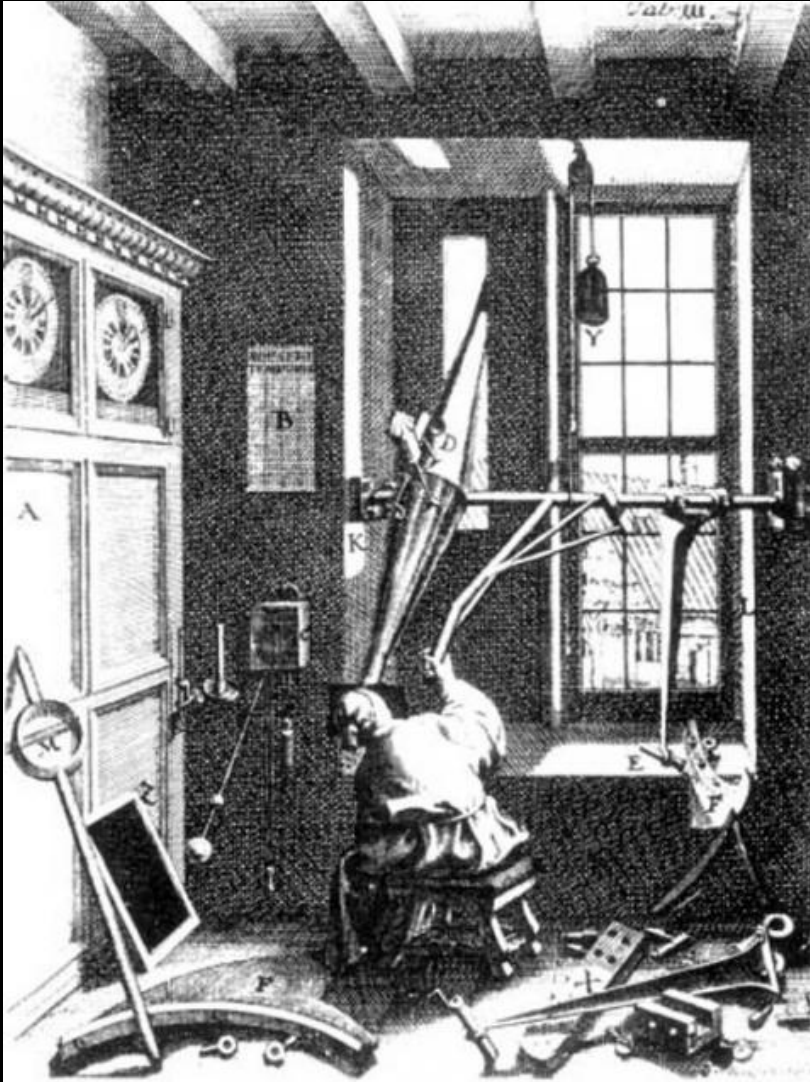
H (angle horaire) et T (temps sidéral local) varient au cours du temps

$$\mathbf{H = T - \alpha}$$

Utiliser une configuration particulière des astres dans le plan méridien Nord-Sud



- Mesurer la hauteur h au dessus de l'horizon: $\delta = h - 90^\circ + l$
- Noter l'instant du passage: $H = \text{TSL} - \alpha \rightarrow \alpha = \text{TSL}$



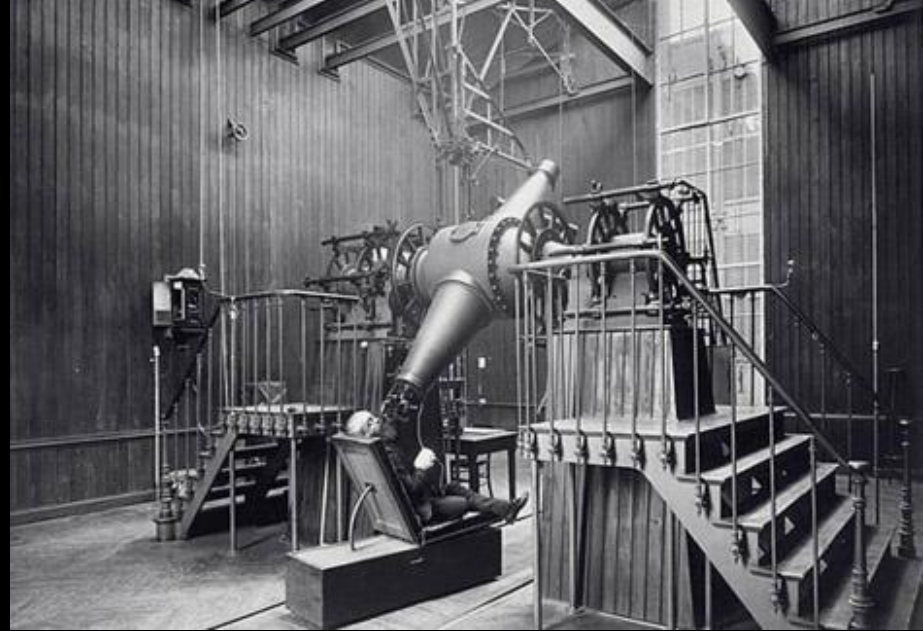
Le premier
instrument
méridien:

Röemer en 1690 à
Copenhague



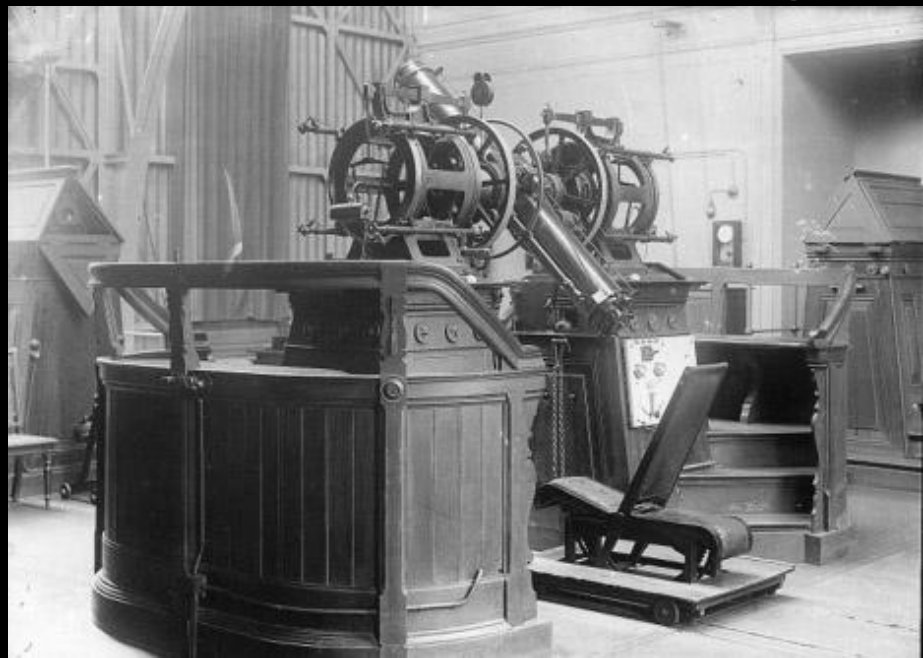
Besançon ↑

Abbadia ↓

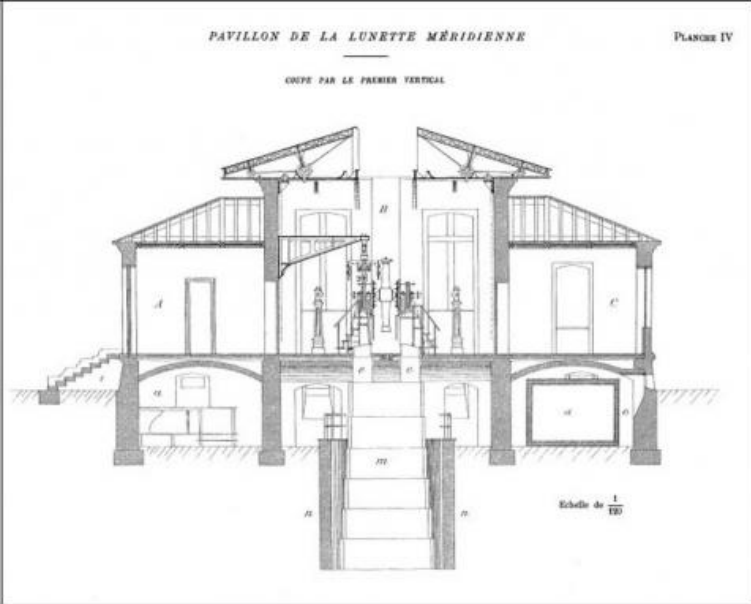


Nice ↑

Strasbourg ↓



Les bâtiments associés



Le bâtiment d'Abbadia





Une originalité à Abbadia

- Les angles et les heures sont en système décimal
degré → grade
seconde → demi-quarte



Les instruments méridiens

observatoire	date	constructeur	cercle	ouverture	distance focale	abri	état en 2003
Paris	1863	Secrétan	1 m	23,6 cm	3,85	salle méridienne	démonté
Paris	1877	Eichens	1 m	19 cm	2,32	abri isolé	en place
Marseille	1878	Eichens	1 m	18,8 cm	2,30	abri isolé	démonté
Lyon	1879	Eichens	80 cm	15 cm	2	abri isolé	démonté
Hendaye	1880	Eichens	70 cm	15 cm	2	abri accolé	en place
Strasbourg	1880	Repsold	69 cm	16 cm	1,88	salle méridienne	en place
Bordeaux	1881	Eichens	1 m	18,9 cm	2,32	abri isolé	fonctionne
Besançon	1885	Gautier	1 m	18,9 cm	2,37	abri isolé	en place
Nice	1887	Brunner	80 cm	20 cm	3,20	abri isolé	détruit
Alger	1888	Gautier	1 m	18,9 cm	2,40	abri isolé	en place
Toulouse	1890	Gautier	1 m	18,9 cm	2,30	abri isolé	en place

Les instruments méridiens aujourd'hui

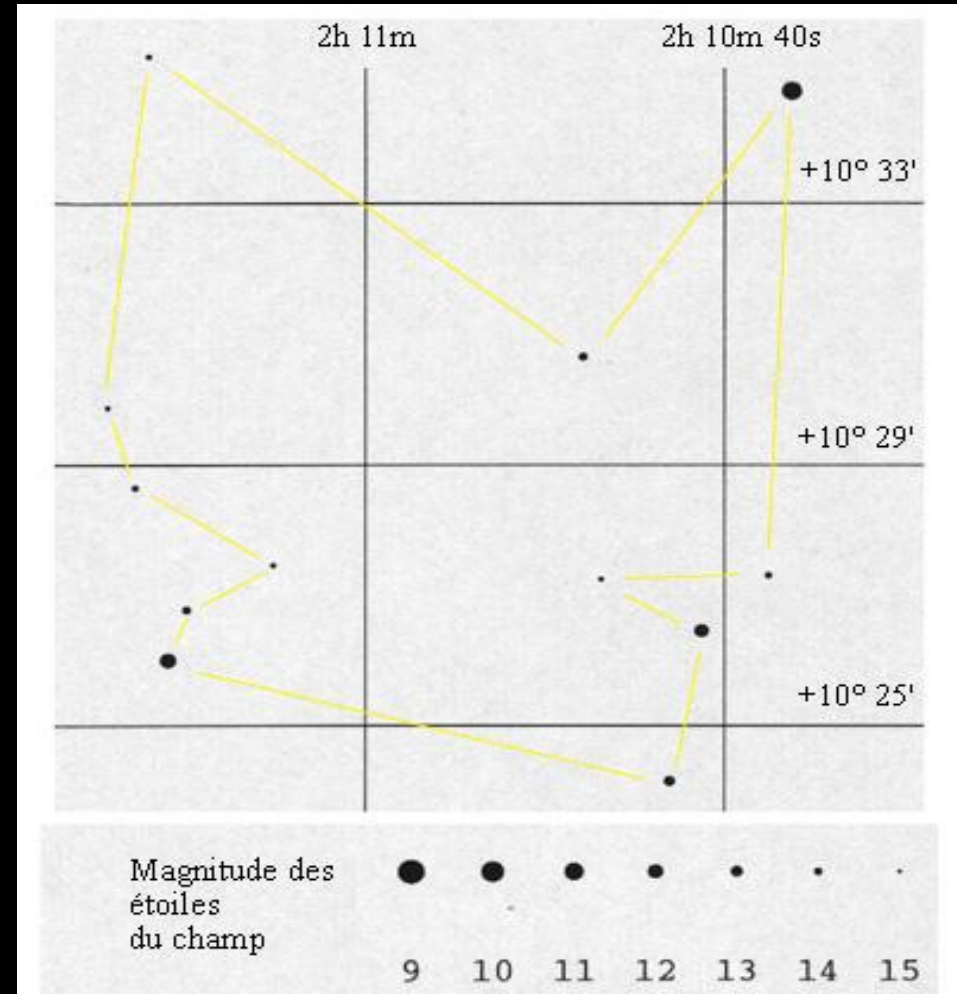
- Instruments automatiques
- Détecteurs CCD en mode balayage: mesure le passage d'une bande de ciel qui défile devant le détecteur
- On n'observe plus le passage d'un seul objet mais de tous les astres qui défilent devant le détecteur sont mesurés
- La précision augmente avec le nombre d'étoiles

Les instruments méridiens encore en fonctionnement

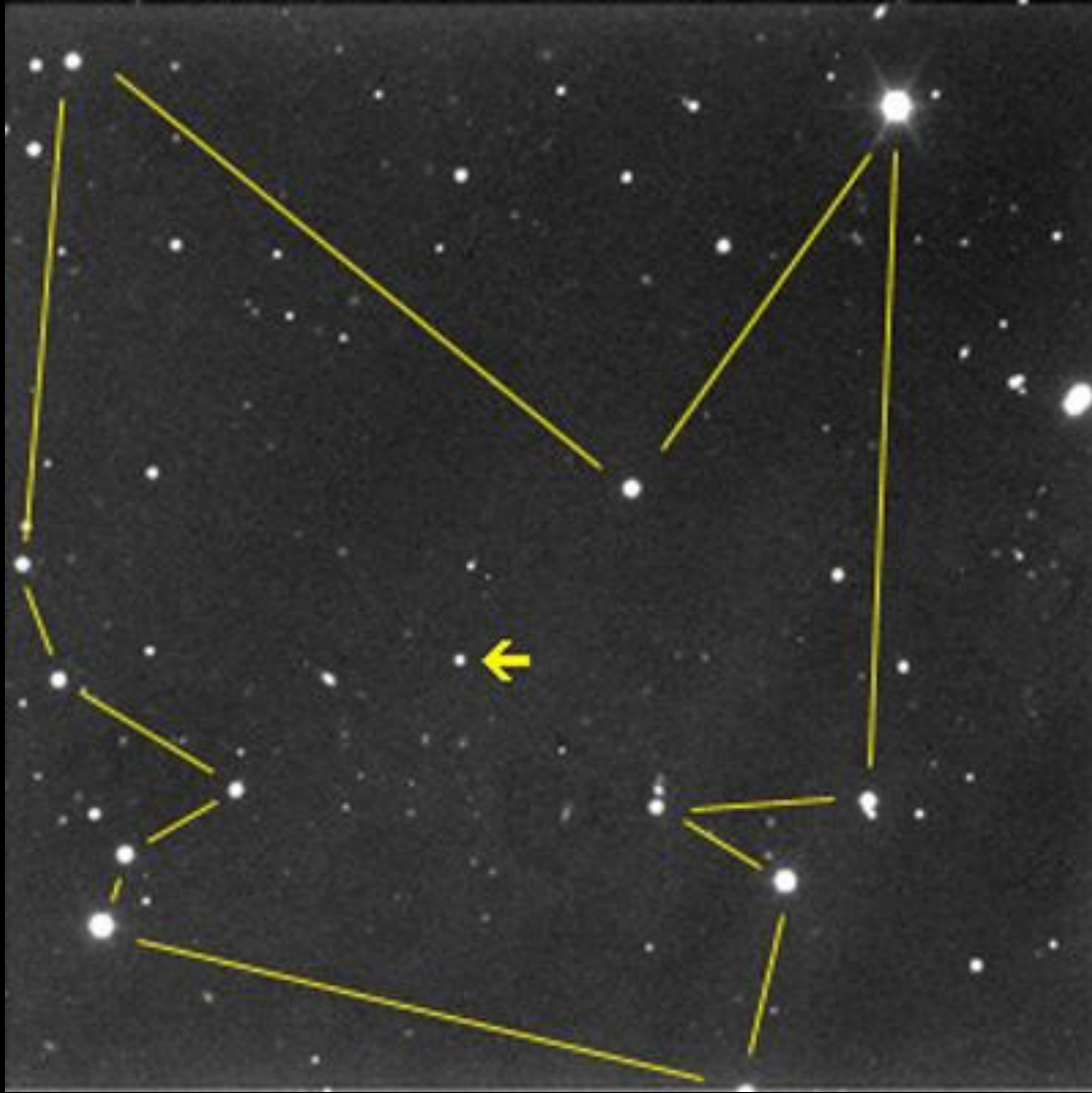


Les lunettes méridiennes de Bordeaux et de Flagstaff observent pour les besoins de la navigation des sondes spatiales

Les autres méthodes d'observation astrométrique: l'imagerie et le rattachement



Comment mesurer la position du corps repéré ci-dessus?
Grâce à un catalogue d'étoiles dont on connaît la position.



Repérage des étoiles cataloguées et rattachement du corps inconnu aux étoiles connues

Le rattachement

■ La projection gnomonique

(X et Y: coordonnées « tangentielles »)

$$X = \frac{\cos \delta \cdot \sin(\alpha - \alpha_0)}{\sin \delta \cdot \sin \delta_0 + \cos \delta \cdot \cos \delta_0 \cdot \cos(\alpha - \alpha_0)}$$

$$Y = \frac{\sin \delta \cdot \cos \delta_0 - \cos \delta \cdot \sin \delta_0 \cdot \cos(\alpha - \alpha_0)}{\sin \delta \cdot \sin \delta_0 + \cos \delta \cdot \cos \delta_0 \cdot \cos(\alpha - \alpha_0)}$$

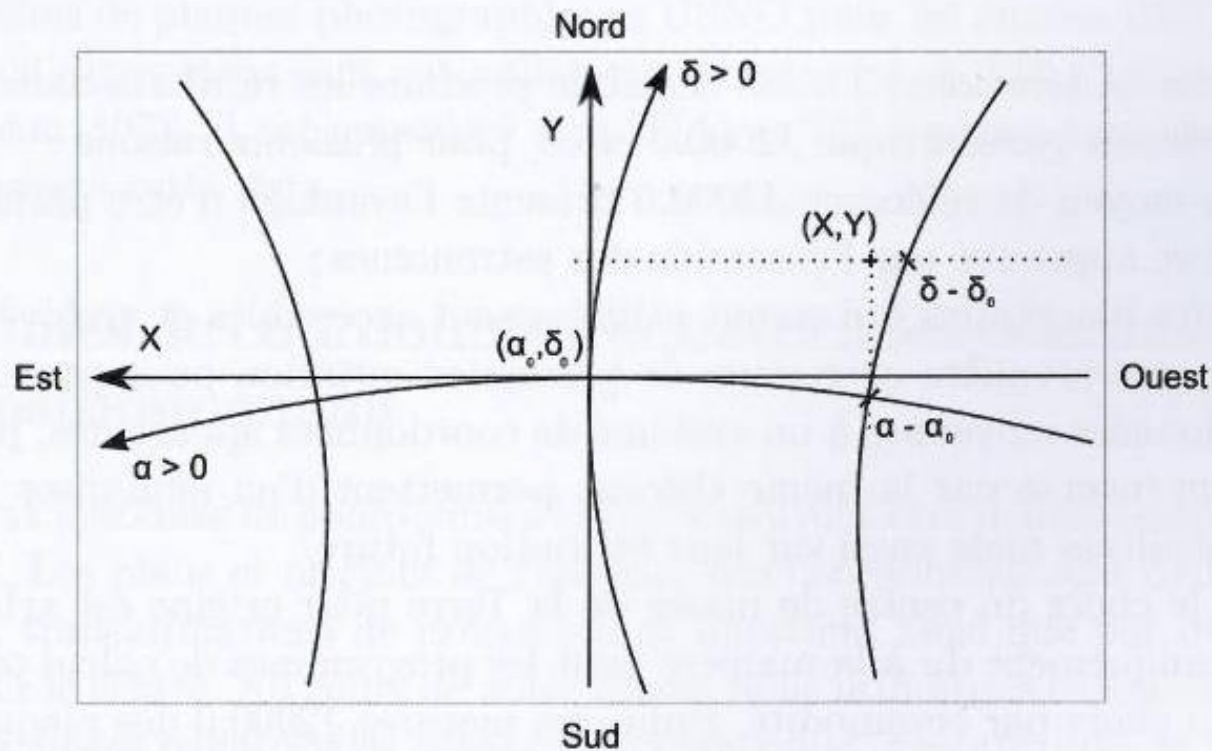


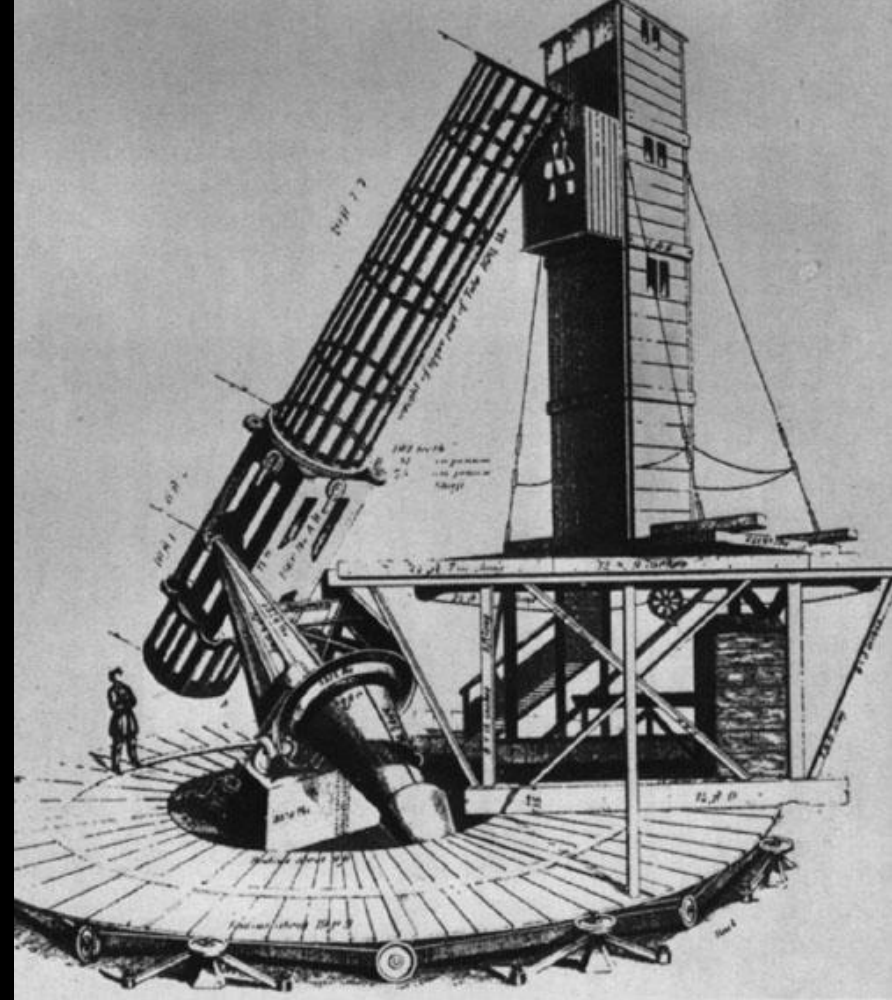
Figure 2.1 – Représentation tangentielle (plane) d'un champ sphérique.

Le rattachement

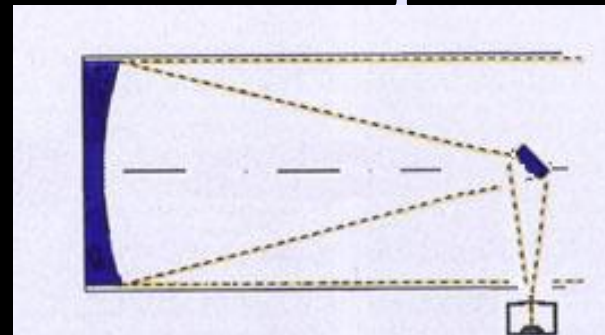
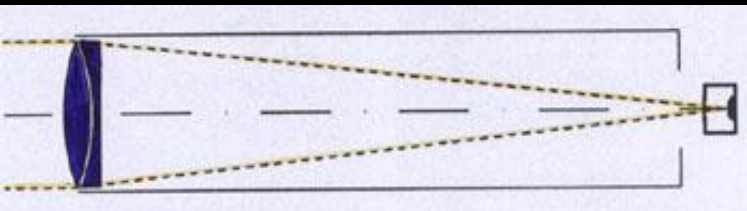
- Les distorsions du champ

$$\begin{aligned} X &= ax + by + c + dx^2 + ey^2 + fxy + \zeta_{(x,y)} \\ Y &= a'x + b'y + c' + d'x^2 + e'y^2 + f'xy + \zeta'_{(x,y)} \end{aligned}$$

Passage des coordonnées x et y mesurées d'un astre sur l'image aux coordonnées X et Y « tangentielle » permettant de remonter aux α et δ



Lunettes et télescopes



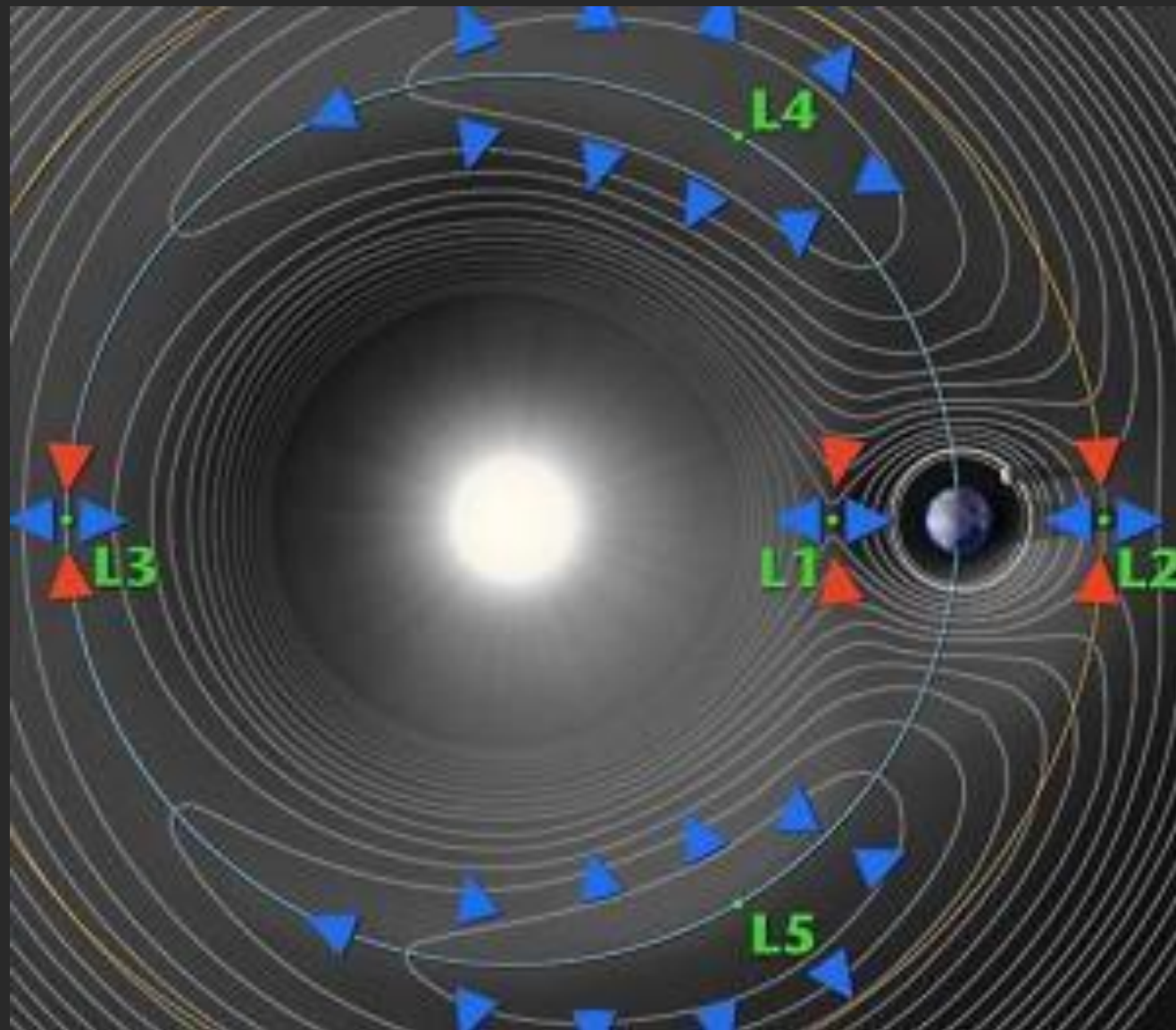
Gaia: un nouveau satellite astrométrique

Le but astrométrique de GAIA est de produire un nouveau catalogue d'un milliard d'étoiles avec une précision de 0.1 à 0.001 mas selon la magnitude.

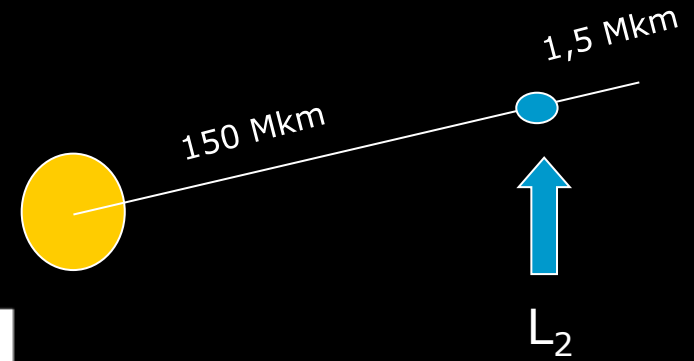
Les parallaxes pourront être calculées pour un milliard étoiles avec une bonne précision jusqu'à 10 000 parsec.

Contrairement aux catalogues précédents, Gaia ne va pas partir d'un catalogue existant (comme l' « input catalog INCA » d'Hipparcos ou l'UCAC pour SIM) mais réaliser une astrométrie globale du ciel (ce qui conduira à inverser une matrice un milliard-un milliard...).

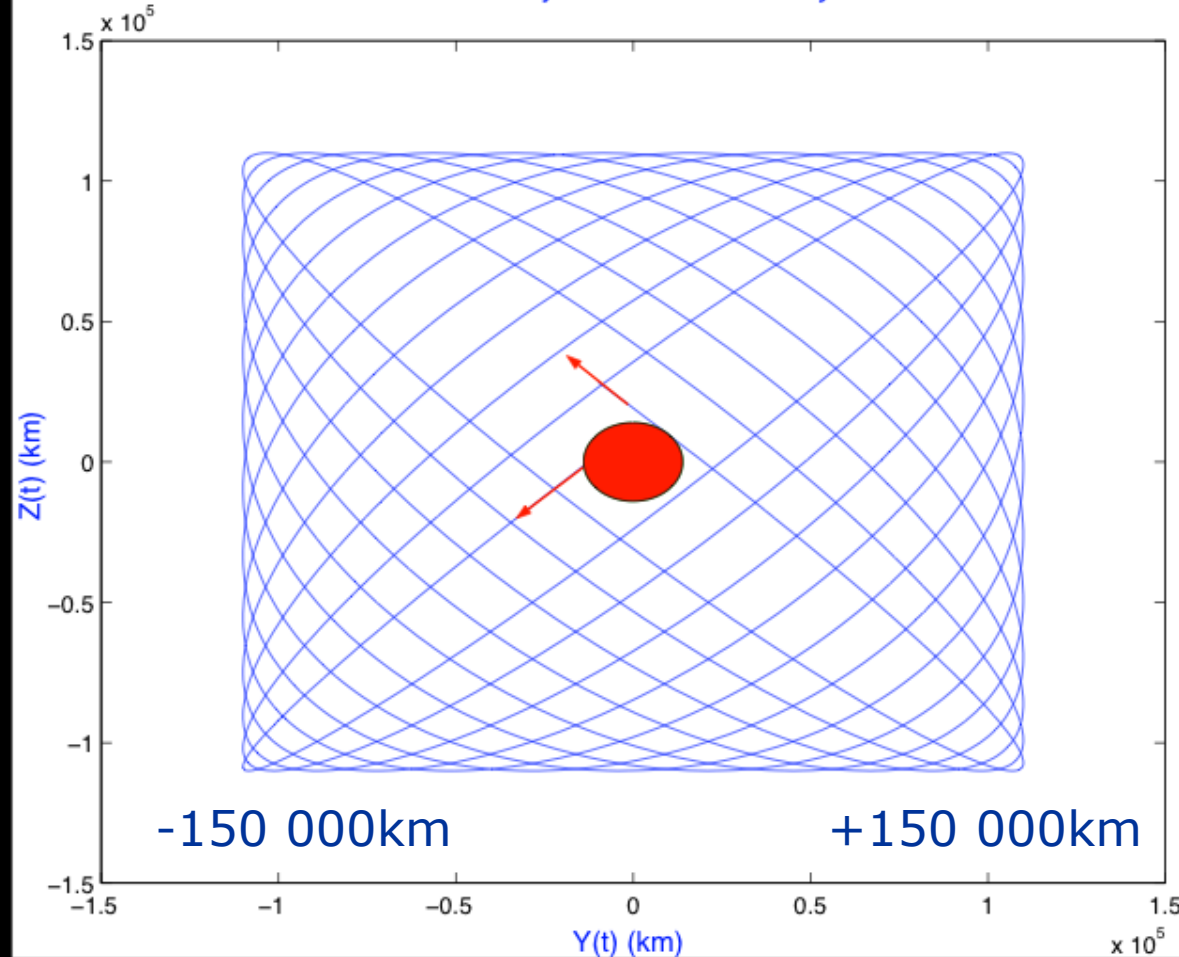
Les « points de Lagrange » de l'orbite terrestre



Gaia placé au point de Lagrange L2



GAIA Lissajous orbit over 6.3 years



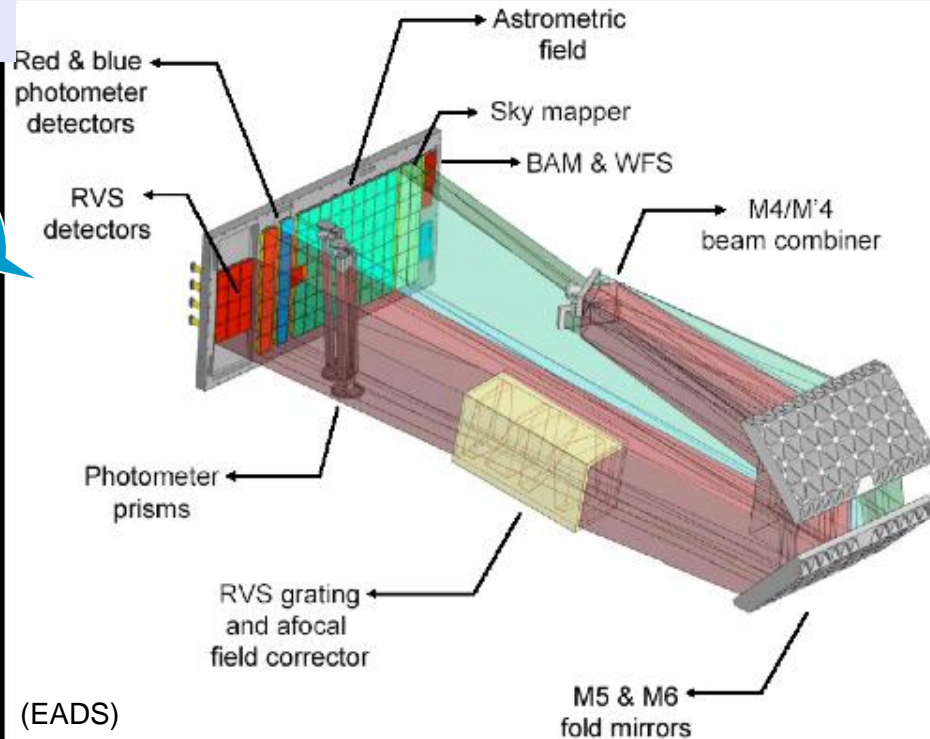
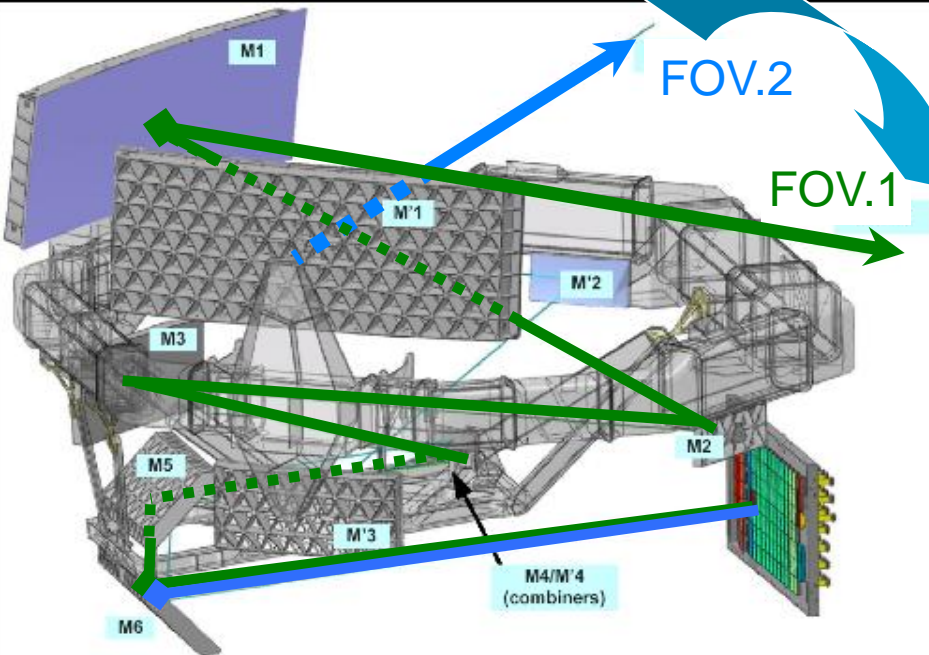
- L_2 sur orbite de Lissajous:
- stabilité
 - \sim pas d'éclipses
 - \sim pas d'effets thermiques

Une optique complexe

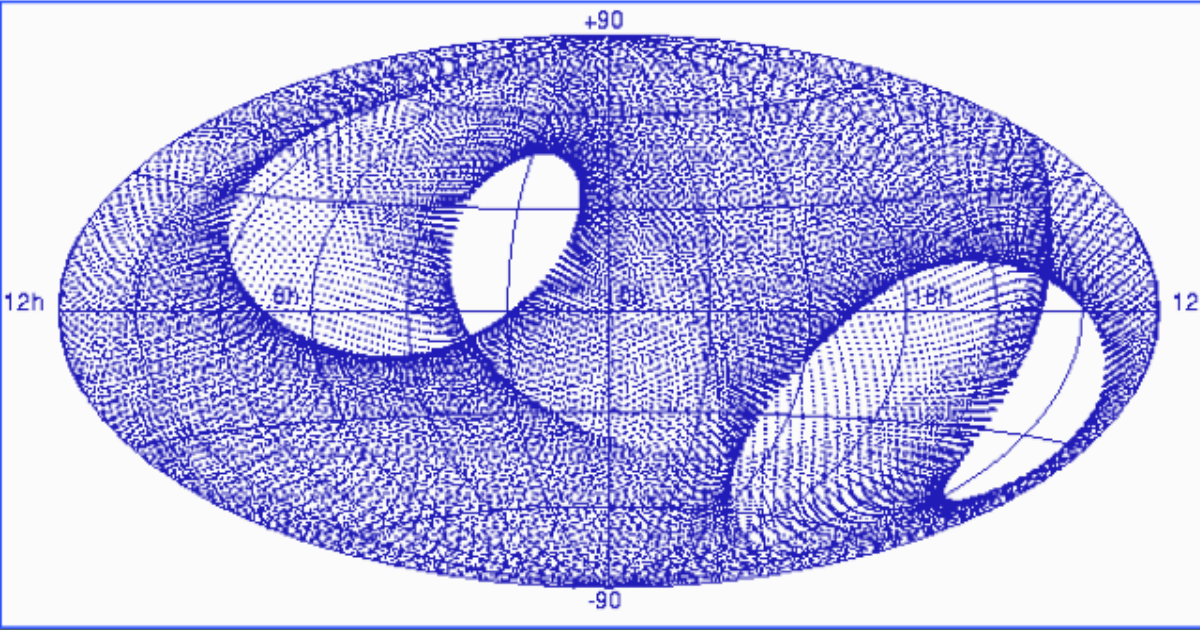
Basic angle
(FOV1, FOV2)

FOV.2

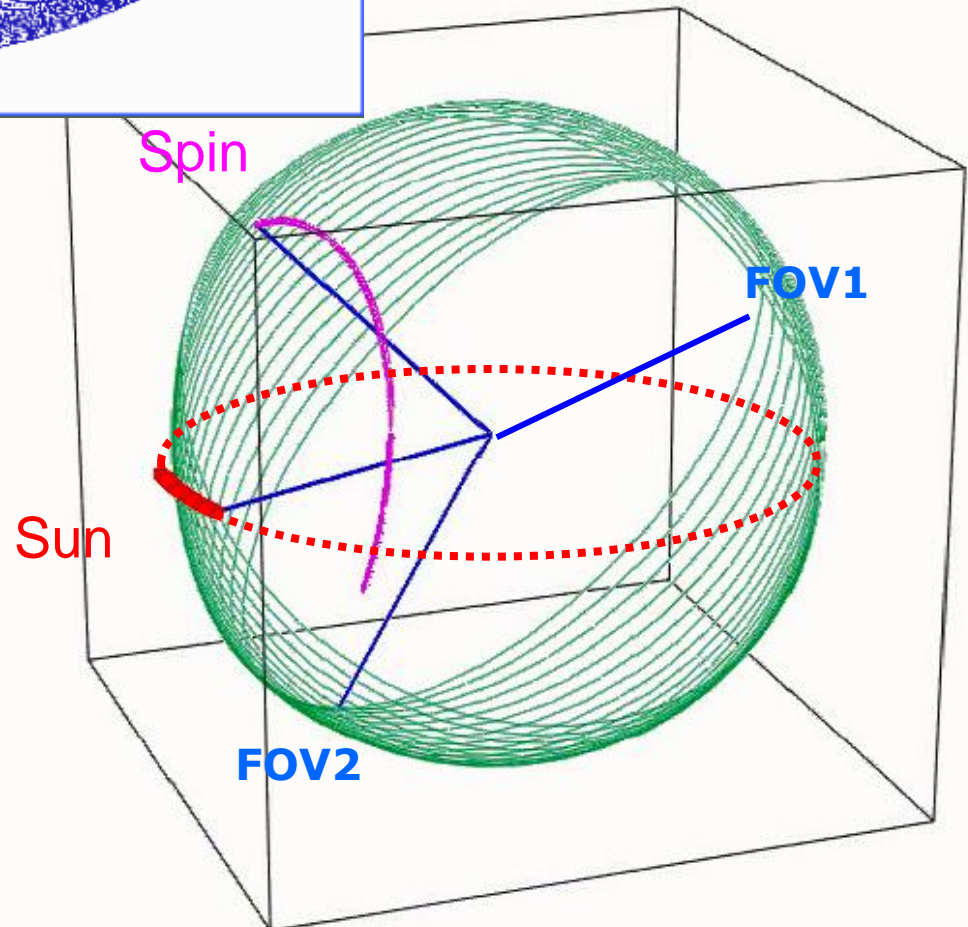
FOV.1



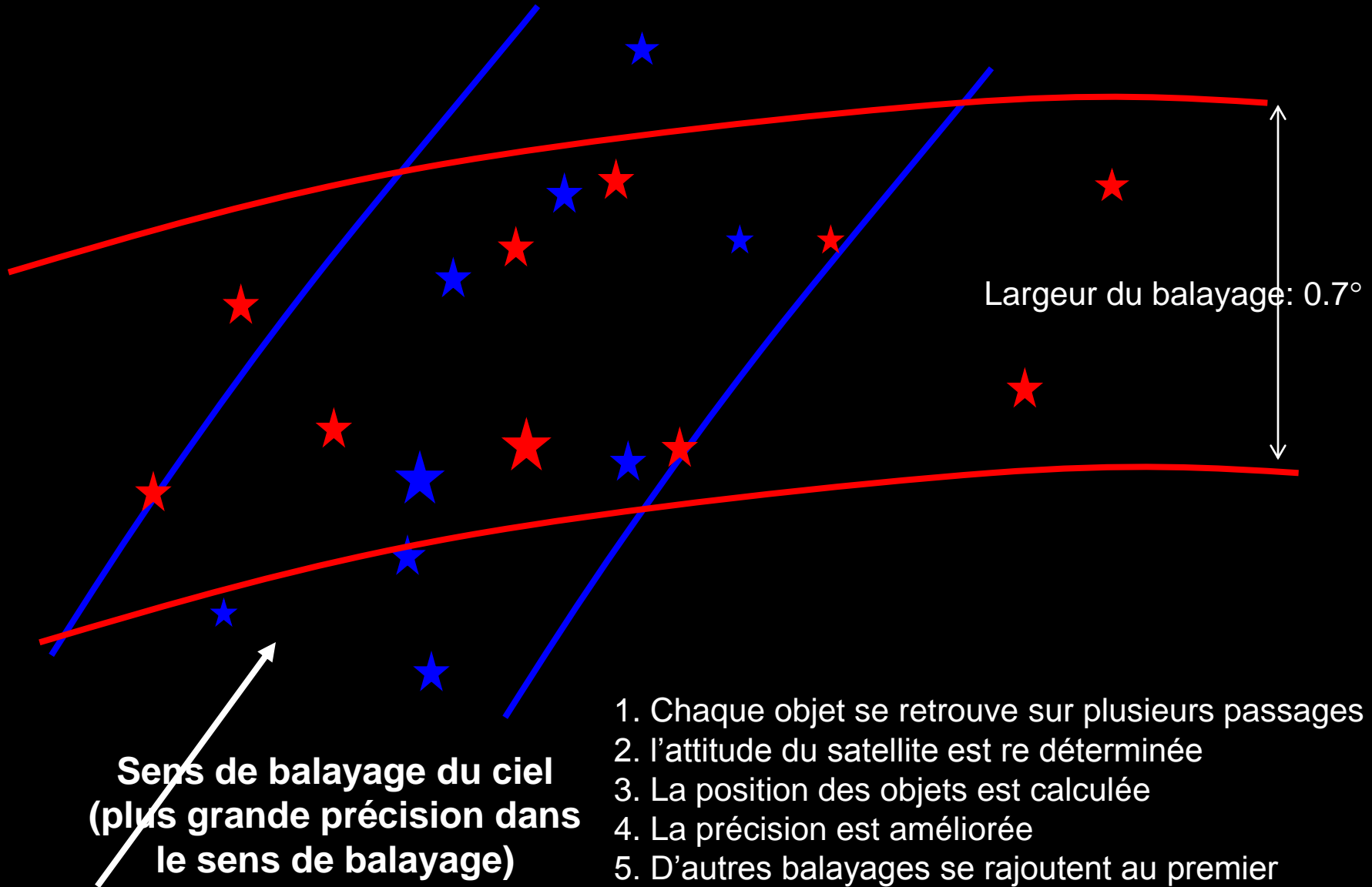
La loi de balayage du ciel



- ❑ Ciel complet en 6 mois
 - ❑ Durée 5 ans
 - ❑ Balayage non uniforme
- ➔ écliptique désavantagée



Les principes de “réduction”



Hipparcos “prototype” de Gaia

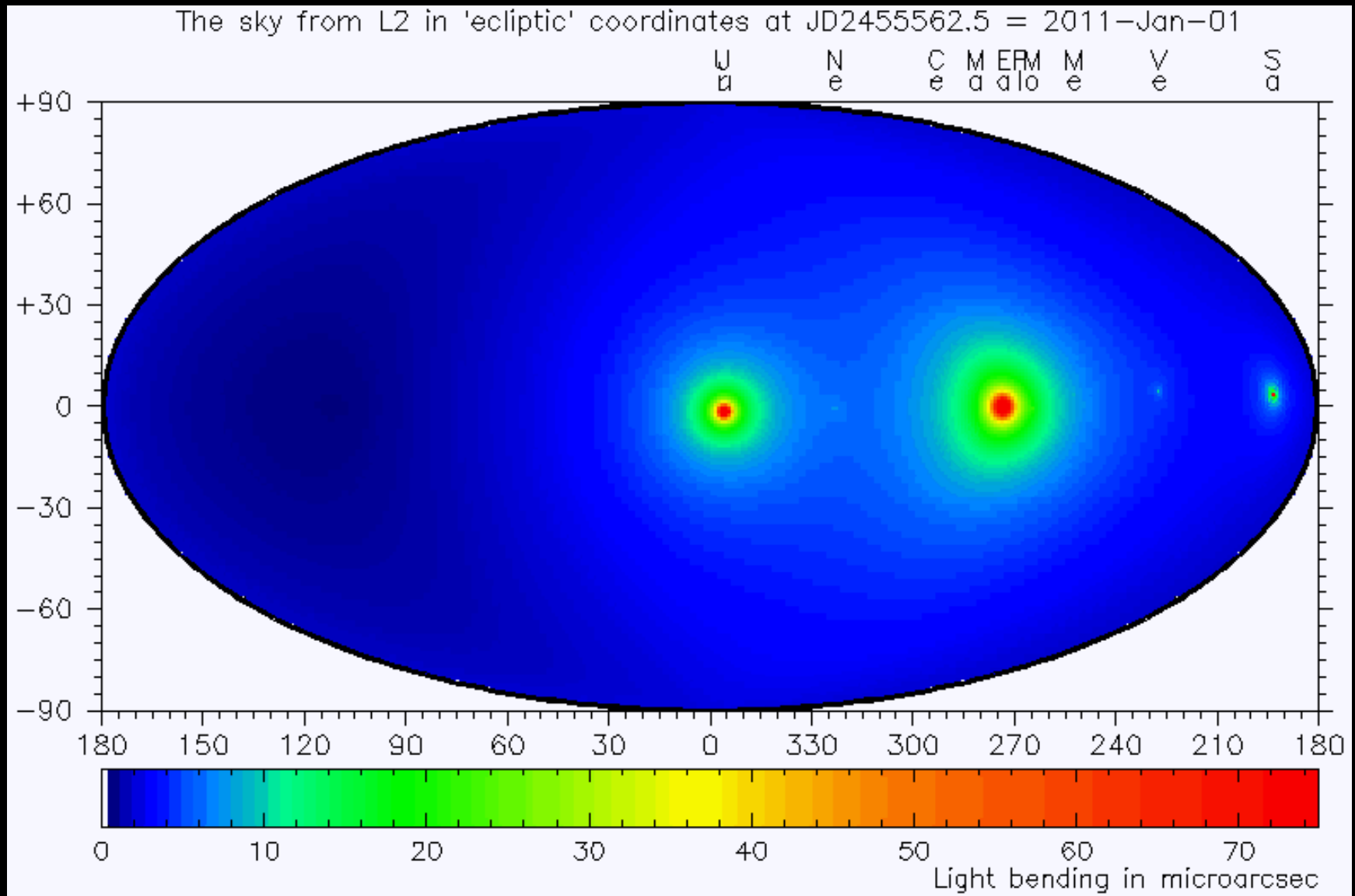


‘Gaia’

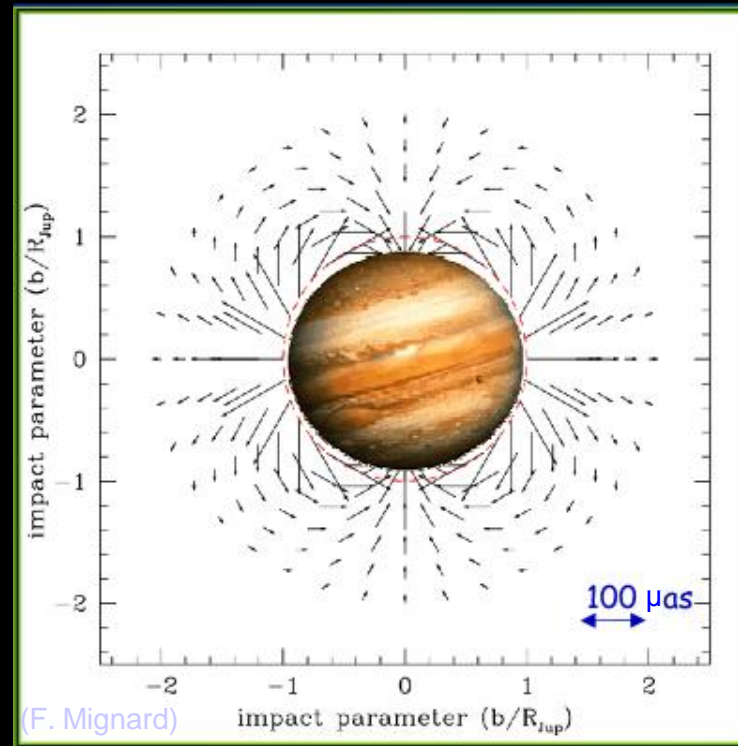


	Hipparcos	Gaia
Epoque	1991.25	≈2013.5
Récepteur	photomètre	CCD
Ouverture	Ø=0.29m	1.45x0.5m
Catalogue d'entrée	oui	non
Magnitude limite (V)	12.5	20
Densité	3* /deg ² (TYC2=50)	25000 * /deg ²
Vitesses radiales	non	10km/s (V=16.5)
Photométrie	0.015 (V=9)	0.001 (V=15)
Astrométrie	1 mas (V=9)	7 μas (V=10) 10-25 μas (V=15) 300 μas (V=20) (~100-1000 μas Asteroides)

La déflexion relativiste de la lumière



Des tests de la relativité générale



La déflexion de la lumière près de Jupiter

Gaia: « une vision 3D de l'univers »

- ✓ Cinématique des étoiles
 - ✓ Position astrométrique complète (α, δ, π)
et vitesse (μ_α, μ_δ et vitesse radiale)
 - ✓ Photométrie
 - ✓ Spectroscopie
- ✓ Système de référence



10 kpc

1000 million objects measured to $l = 20$

20 kpc

>20 globular clusters
Many thousands of Cepheids and RR Lyrae

Horizon for proper motions accurate to 1 km/s

Mass of galaxy from rotation curve at 15 kpc

Sun

30 open clusters within 500 pc

Dark matter in disc measured from distances/motions of K giants

Horizon for detection of Jupiter mass planets (200 pc)

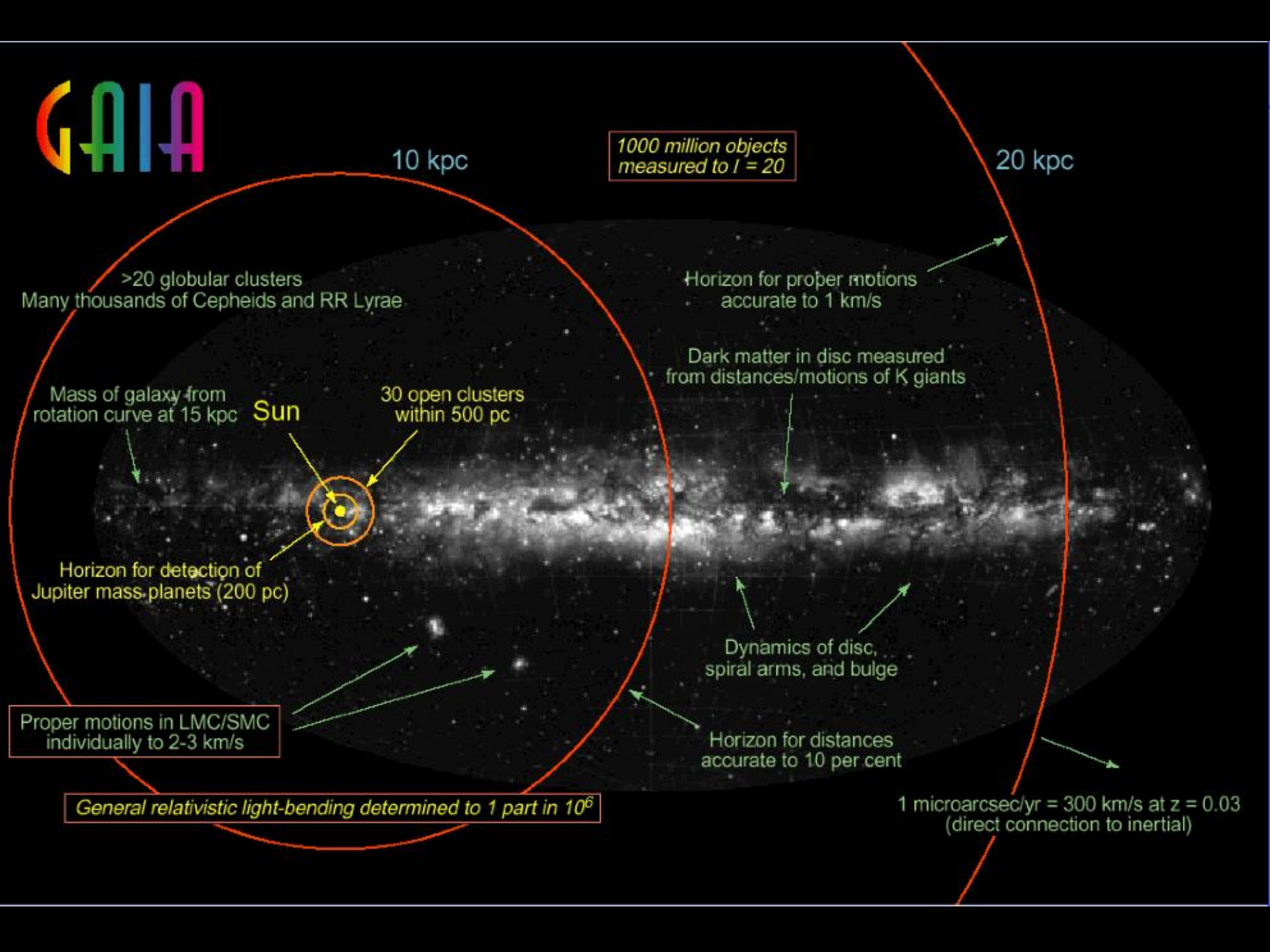
Dynamics of disc, spiral arms, and bulge

Proper motions in LMC/SMC individually to 2-3 km/s

Horizon for distances accurate to 10 per cent

General relativistic light-bending determined to 1 part in 10^6

1 microarcsec/yr = 300 km/s at $z = 0.03$
(direct connection to inertial)



Les outils de l'astrométrie: les catalogues d'étoiles

Date	Nom	Nb d'étoiles	Mag limite	Précision mas	Précision mvts propres	Origine
1997	Hipparcos	120 000	12.4	< 0.78	< 0.88 mas/an	obs. spatiales
2000	Tycho 2	2 500 000	16	< 60	< 2.5 mas/an	de Tycho et 143 sources
1998	USNO A2	526 280 881				
2001	GSC II	19 000 000		360		Plaques Schmidt
2003	USNO B1	1 billion	21	200		Plaques Schmidt
2004	UCAC 2	48 000 000	7.5 → 16	20 → 70	1 → 7 mas/an	scans
2004	Bright stars	430 000	< 7.5			Hipparcos + Tycho2
2005	Nomad	1 billion				compilation des meilleures données
2006	Bordeaux	2 970 674	15.4	50 → 70	1.5→6 mas/an	+11° > δ > +18°
2003	2MASS	470 000 000	16	60 → 100		Infrarouge K
2016	GAIA	1 billion	20	< 0.01 mas		obs. spatiales

Les buts de l'astrométrie

- Catalogues d'étoiles et systèmes de référence
- Parallaxe, distance des étoiles
- Mouvement propre des étoiles
- Dynamique galactique, groupe local
- Cosmologie, rotation des galaxies
- Étoiles doubles, paramètres orbitaux
- **Mécanique céleste des corps du système solaire →**

Les buts de l'astrométrie des corps du système solaire

- Navigation des sondes spatiales (éphémérides)
- Dynamique, stabilité, évolution, échelle du système solaire
- Surveillance des astéroïdes géocroiseurs (éphémérides)
- Observations du sol et de l'espace (éphémérides)
- Physique des surfaces et de l'intérieur des corps du système solaire (systèmes dissipatifs)
- Gravitation et relativité générale (tests)
- Vitesses radiales et planètes extra solaires
- Systèmes de référence dynamiques

Détermination des orbites dans le système solaire

Etape 1: Modélisation du système dynamique

Equations du mouvement

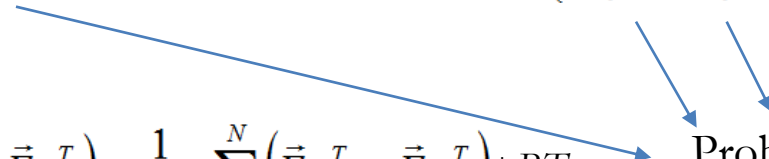
$$\ddot{\vec{r}}_i = -G(m_0 + m_i) \left(\frac{\vec{r}_i}{r_i^3} - \nabla_i U_{\vec{r}_i \hat{0}} + \nabla_0 U_{\vec{r}_i \hat{0}} \right) + \sum_{j=1, j \neq i}^N Gm_j \left(\frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{r_{ij}^3} - \frac{\vec{r}_j}{r_j^3} - \nabla_j U_{\vec{r}_j \hat{i}} + \nabla_i U_{\vec{r}_j \hat{i}} + \nabla_j U_{\vec{r}_j \hat{0}} - \nabla_0 U_{\vec{r}_j \hat{0}} \right)$$
$$+ \frac{(m_0 + m_i)}{m_i m_0} (\vec{F}_{\vec{r}_i \hat{0}}^T - \vec{F}_{\vec{r}_i \hat{0}}^T) - \frac{1}{m_0} \sum_{j=1, j \neq i}^N (\vec{F}_{\vec{r}_j \hat{0}}^T - \vec{F}_{\vec{r}_j \hat{0}}^T) + RT$$

Détermination des orbites dans le système solaire

Etape 1: Modélisation du système dynamique

Equations du mouvement

$$\ddot{\vec{r}}_i = -G(m_0 + m_i) \left(\frac{\vec{r}_i}{r_i^3} - \nabla_i U_{\vec{r}_i \hat{0}} + \nabla_0 U_{\vec{r}_i \hat{0}} \right) + \sum_{j=1, j \neq i}^N Gm_j \left(\frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{r_{ij}^3} - \frac{\vec{r}_j}{r_j^3} - \nabla_j U_{\vec{r}_j \hat{i}} + \nabla_i U_{\vec{r}_j \hat{i}} + \nabla_j U_{\vec{r}_j \hat{0}} - \nabla_0 U_{\vec{r}_j \hat{0}} \right)$$



$$+ \frac{(m_0 + m_i)}{m_i m_0} (\vec{F}_{\vec{r}_i \hat{0}}^T - \vec{F}_{\vec{r}_i \hat{0}}^T) - \frac{1}{m_0} \sum_{j=1, j \neq i}^N (\vec{F}_{\vec{r}_j \hat{0}}^T - \vec{F}_{\vec{r}_j \hat{0}}^T) + RT$$

Problème des N-corps

Détermination des orbites dans le système solaire

Etape 1: Modélisation du système dynamique

Equations du mouvement

$$\ddot{\vec{r}}_i = -G(m_0 + m_i) \left(\frac{\vec{r}_i}{r_i^3} - \nabla_i U_{\vec{r}_i \hat{0}} + \nabla_0 U_{\vec{r}_i \hat{0}} \right) + \sum_{j=1, j \neq i}^N Gm_j \left(\frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{r_{ij}^3} - \frac{\vec{r}_j}{r_j^3} - \nabla_j U_{\vec{r}_j \hat{i}} + \nabla_i U_{\vec{r}_j \hat{i}} + \nabla_j U_{\vec{r}_j \hat{0}} - \nabla_0 U_{\vec{r}_j \hat{0}} \right)$$

$$+ \frac{(m_0 + m_i)}{m_i m_0} (\vec{F}_{\vec{r}_i \hat{0}}^T - \vec{F}_{\vec{r}_i \hat{0}}^T) - \frac{1}{m_0} \sum_{j=1, j \neq i}^N (\vec{F}_{\vec{r}_j \hat{0}}^T - \vec{F}_{\vec{r}_j \hat{0}}^T) + RT$$

Problème des N-corps
Champs de gravité

Détermination des orbites dans le système solaire

Etape 1: Modélisation du système dynamique

Equations du mouvement

$$\ddot{\vec{r}}_i = -G(m_0 + m_i) \left(\frac{\vec{r}_i}{r_i^3} - \nabla_i U_{\vec{r}_i \hat{0}} + \nabla_0 U_{\vec{r}_i \hat{0}} \right) + \sum_{j=1, j \neq i}^N Gm_j \left(\frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{r_{ij}^3} - \frac{\vec{r}_j}{r_j^3} - \nabla_j U_{\vec{r}_j \hat{i}} + \nabla_i U_{\vec{r}_j \hat{i}} + \nabla_j U_{\vec{r}_j \hat{0}} - \nabla_0 U_{\vec{r}_j \hat{0}} \right)$$

$$+ \frac{(m_0 + m_i)}{m_i m_0} (\vec{F}_{\vec{r}_i \hat{0}}^T - \vec{F}_{\vec{r}_i \hat{0}}^T) - \frac{1}{m_0} \sum_{j=1, j \neq i}^N (\vec{F}_{\vec{r}_j \hat{0}}^T - \vec{F}_{\vec{r}_j \hat{0}}^T) + RT$$

Problème des N-corps

Champs de gravité

Effets de marée



Détermination des orbites dans le système solaire

Etape 1: Modélisation du système dynamique

Equations du mouvement

$$\ddot{\vec{r}}_i = -G(m_0 + m_i) \left(\frac{\vec{r}_i}{r_i^3} - \nabla_i U_{\vec{r}_i \hat{0}} + \nabla_0 U_{\vec{r}_i \hat{0}} \right) + \sum_{j=1, j \neq i}^N Gm_j \left(\frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{r_{ij}^3} - \frac{\vec{r}_j}{r_j^3} - \nabla_j U_{\vec{r}_j \hat{i}} + \nabla_i U_{\vec{r}_j \hat{i}} + \nabla_j U_{\vec{r}_j \hat{0}} - \nabla_0 U_{\vec{r}_j \hat{0}} \right)$$

$$+ \frac{(m_0 + m_i)}{m_i m_0} (\vec{F}_{\vec{r}_i \hat{0}}^T - \vec{F}_{\vec{r}_i \hat{0}}^T) - \frac{1}{m_0} \sum_{j=1, j \neq i}^N (\vec{F}_{\vec{r}_j \hat{0}}^T - \vec{F}_{\vec{r}_j \hat{0}}^T) + RT$$

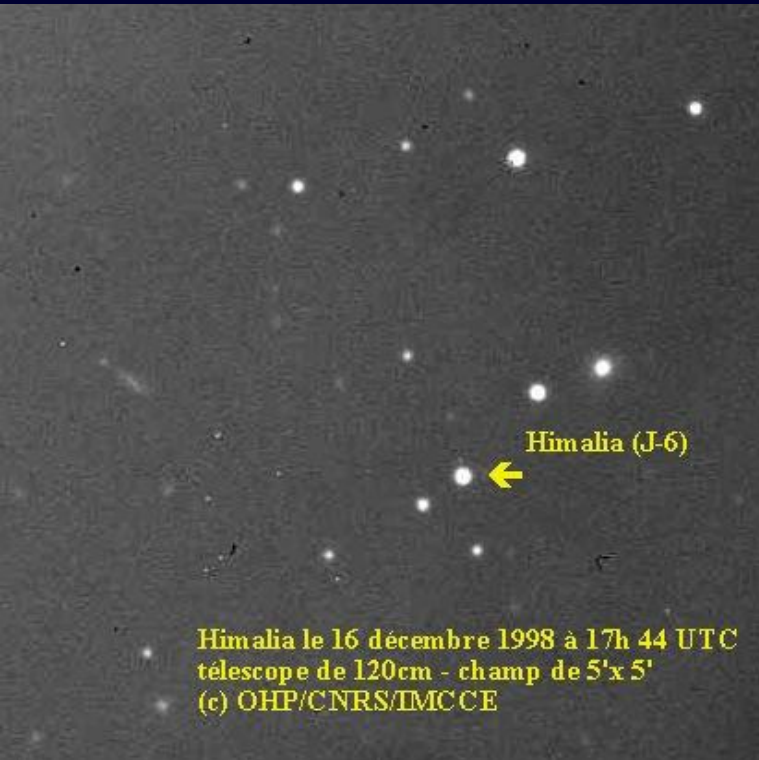
Problème des N-corps
Champs de gravité
Effets de marée
Termes relativistes



➔ *Solution* : $\mathbf{r} = \mathbf{R}(t, \text{cstes du mouvement})$ position du corps à chaque instant

Détermination des orbites dans le système solaire

Etape 2: rassembler les observations



Observations depuis le sol



Observations depuis une sonde spatiale

Détermination des orbites dans le système solaire

Etape 3: ajuster le modèle dynamique sur les observations observations

\mathbf{R} observé \neq \mathbf{R} calculé (t, c)

\mathbf{R} observé = \mathbf{R} calculé (t, c+dc)
comment trouver dc ?

\mathbf{R} observé = \mathbf{R} calculé (t,c) + dR/dc * dc + 1/2 d²R/dc²* (dc)² + ...

$$\mathbf{R}_{\text{obs}} - \mathbf{R}_{\text{calc}} = \sum (d\mathbf{R}/dc * dc)$$

Etape 2 (observations)

Etape 1 (Integration des équations du mouvement)

Détermination des orbites dans le système solaire

Etape 3: ajuster le modèle dynamique sur les observations observations

Etape 2 (observations)

Etape 1 (Integration des équations du mouvement)

$$\begin{pmatrix} \mathbf{O} - \mathbf{C} \end{pmatrix} = \sum_{l=1}^N A_{ij}(c_l) \Delta c_l^j + O((\Delta c_l)^2)$$

Constantes à déterminer

Les objets du système solaire nécessitent des observations continues: Gaia ne sera surtout utile par son catalogue d'étoiles astrométriques

- Chaque corps du système solaire sera observé 50 fois sur une période de 5 ans
- Ce n'est pas suffisant pour calculer une éphéméride à long terme
- Les observations anciennes re-traitées avec le catalogue Gaia vont augmenter fortement en précision

Conclusion

- L'astrométrie est une quête sans fin, la précision n'ayant pas de limite, faisant apparaître de nouvelles interrogations
- L'astrométrie du système solaire nécessite un suivi continu non assuré actuellement par les instruments spatiaux, rendant utiles les réseaux de petits télescopes au sol
- Les observations du passé doivent être conservées (dans le cadre d'« observatoire virtuel ») afin d'être ré-étudiées avec les techniques nouvelles