

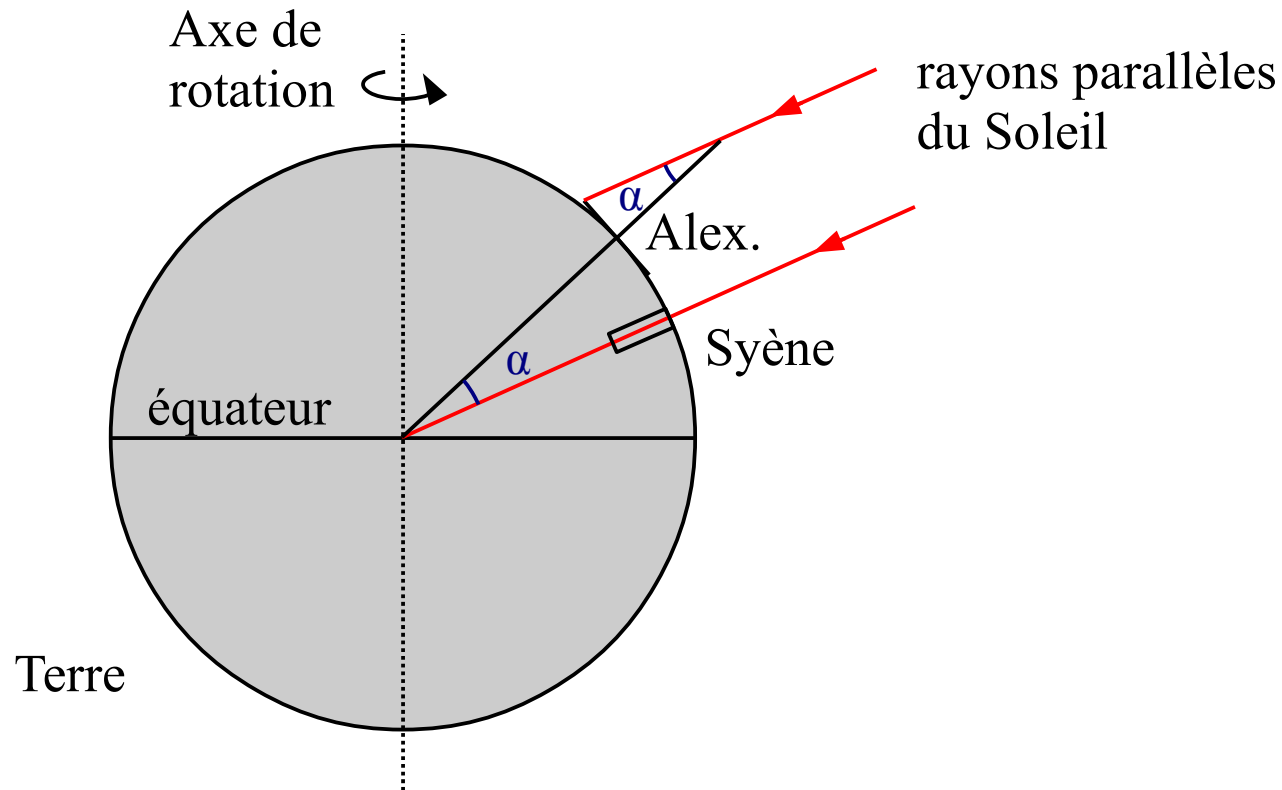
Mesure de la Terre

Vincent Deparis

Lycée Jean Monnet - Annemasse

L'expérience d'Ératosthène

L'expérience d'Eratosthène (III^e s. av. J.-C.)

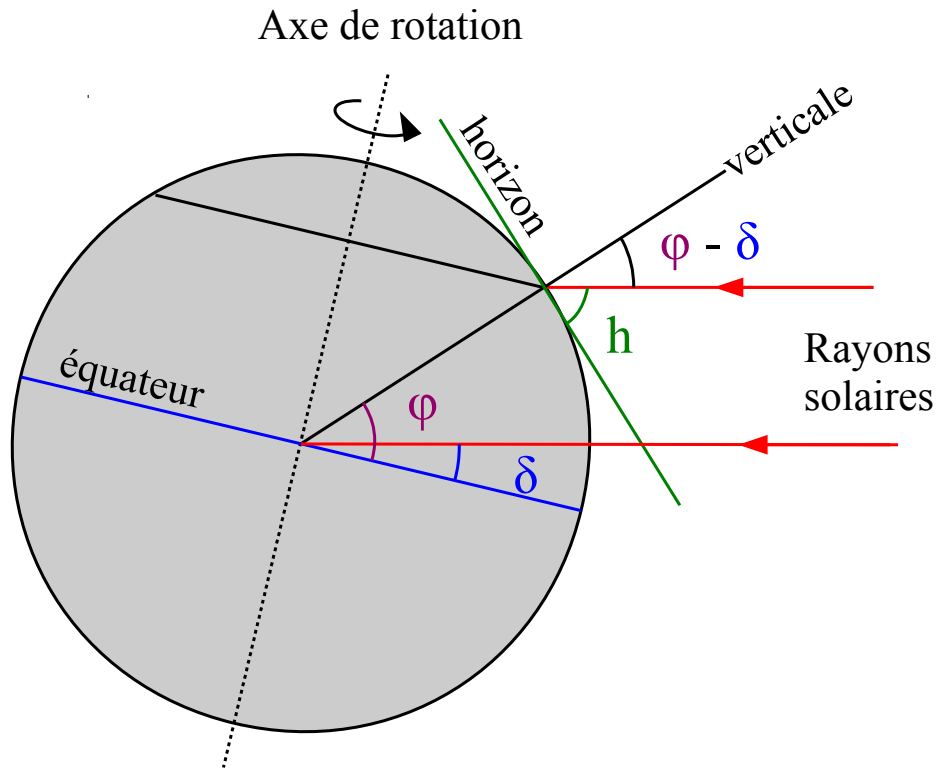


Pour mesurer la Terre, il faut deux mesures très différentes :

- Différence de latitude entre les deux villes : angle α
- Distance entre les deux villes

Comment mesurer une latitude ?

Comment mesurer une latitude ?



φ : latitude du lieu

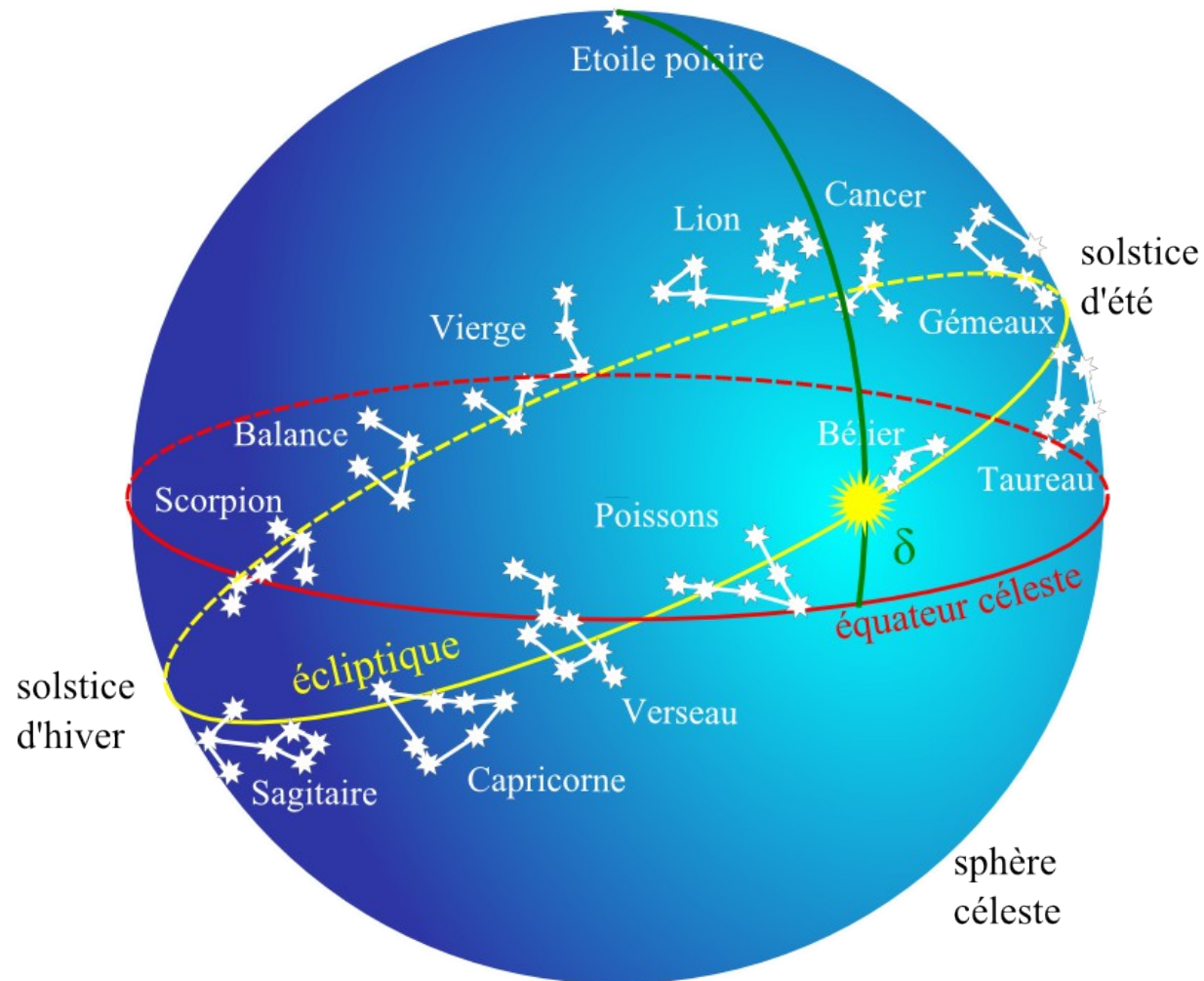
δ : déclinaison du Soleil

h : hauteur du Soleil

$$\varphi = 90 + \delta - h$$

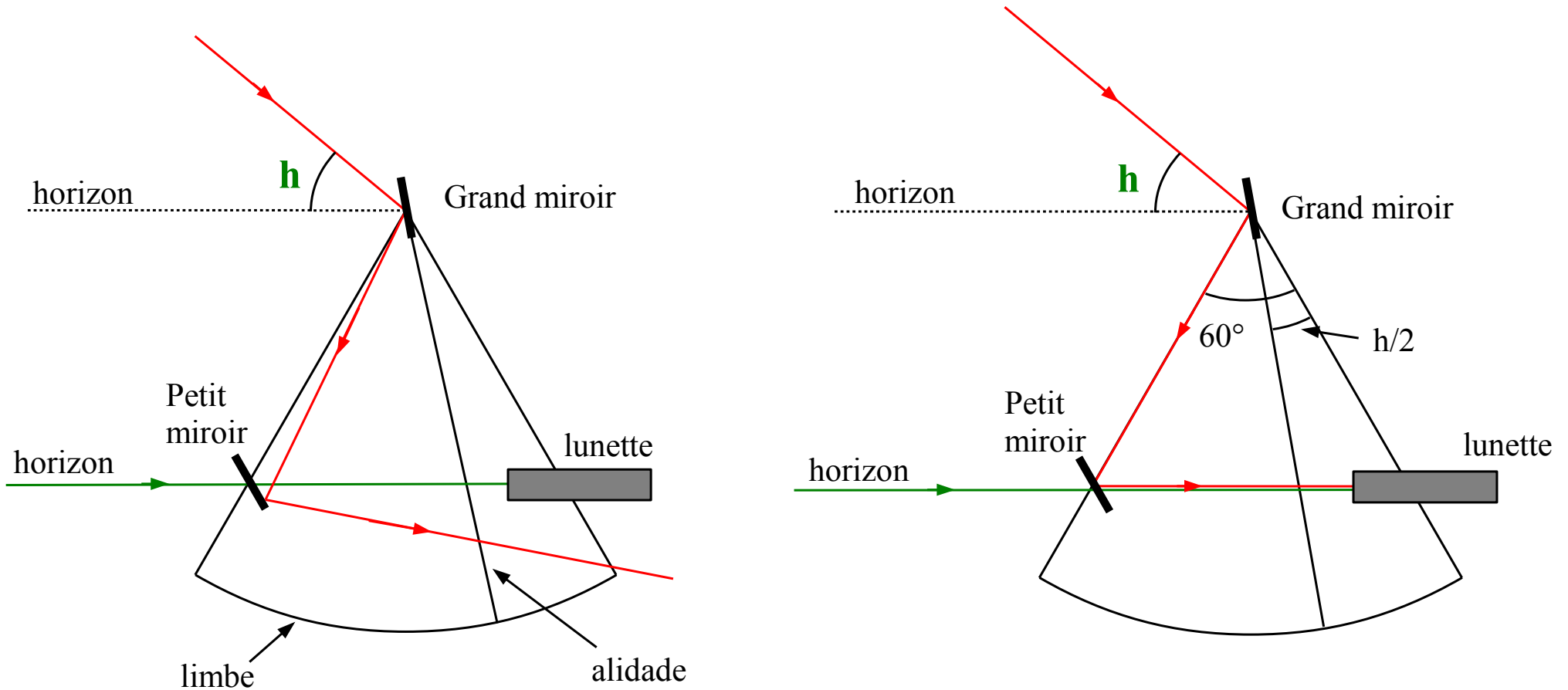
Connaissant δ , la mesure de h permet de calculer φ (au midi solaire)

La déclinaison du Soleil δ



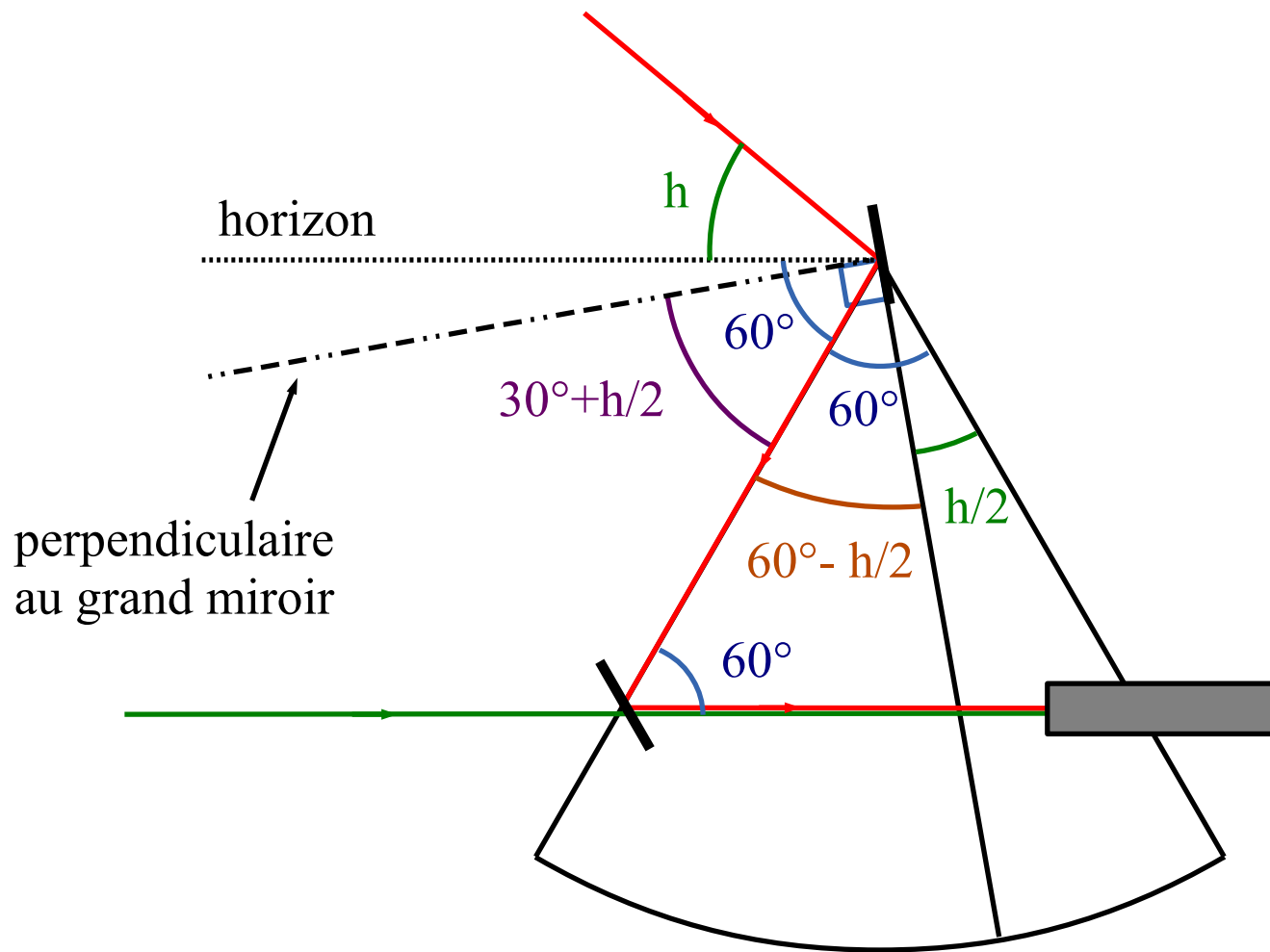
La déclinaison δ du Soleil varie au cours de l'année et peut être calculée par les astronomes.

Comment mesurer h ? Avec un sextant



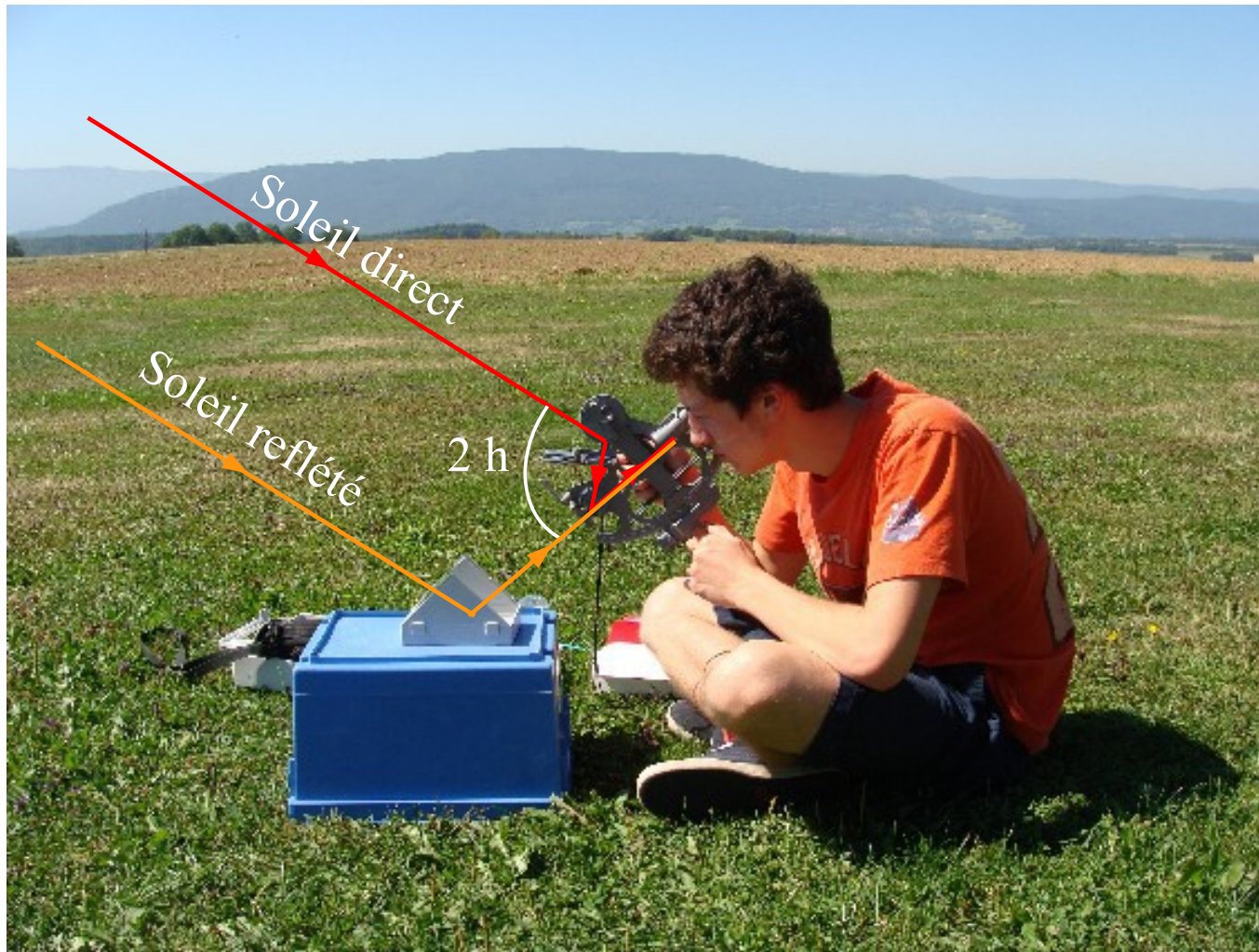
Par manipulation de l'alidade, l'image du Soleil coïncide avec l'horizon (surface de la mer au loin).

La graduation du limbe



Si la hauteur de l'astre est h , on fait tourner l'alidade de $h/2$.

Utilisation du sextant sur terre



On utilise le reflet du Soleil dans une petite bassine d'eau

On règle l'alidade jusqu'au moment où les deux images du Soleil coïncident parfaitement l'une avec l'autre.

La valeur de la mesure est égale à **deux fois la hauteur du Soleil**

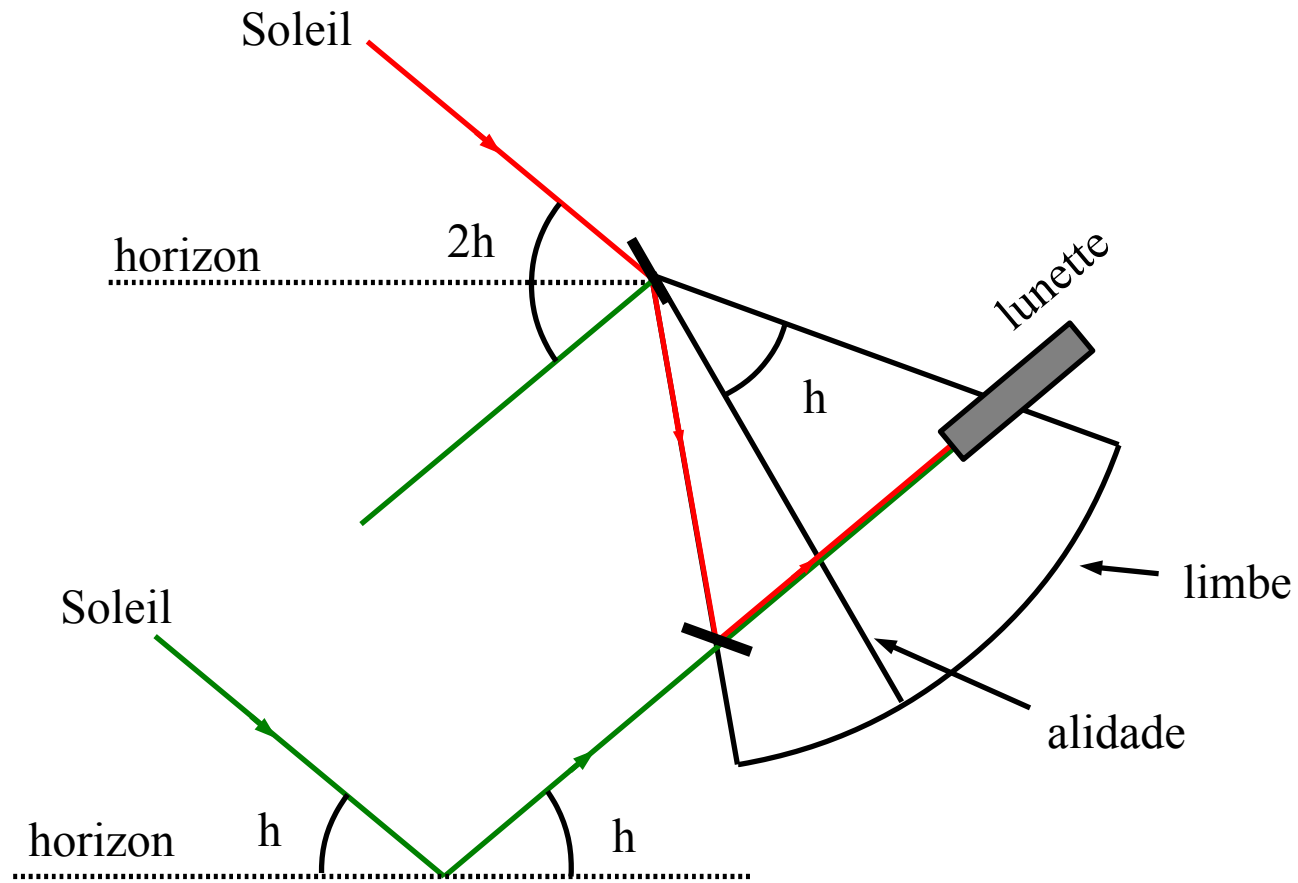
Le but : faire coïncider les deux images du Soleil

Image du Soleil reflétée
dans le récipient

Image du Soleil réfléchi
par les deux miroirs :

sa position dépend de
la position de
l'alidade

On mesure le double de la hauteur de l'astre



Latitude du château d'Abbadia

Site de l'IMCCE : déclinaison du Soleil le 3 juin à 14h05 (montre).

$$\delta = 22,305^\circ$$

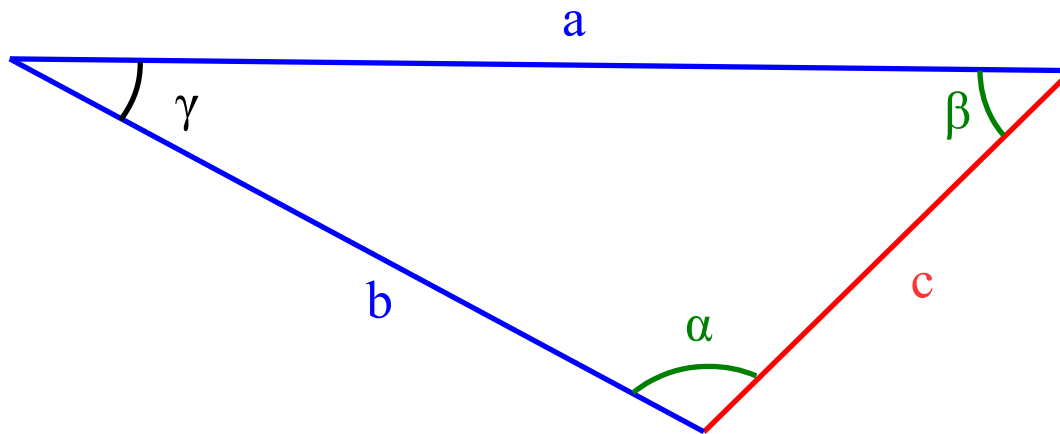
Hauteur du Soleil (midi solaire) : $h = 68,930^\circ$

Latitude du lieu : $\varphi = 90 - h + \delta = 43,375^\circ$

Latitude d'Abbadia (IGN) : $43^\circ 22' 38,5'' = 43,377^\circ$

Comment mesurer une grande distance à la surface de la Terre ?

Principe de la triangulation



$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

donc

$$a = \frac{c \times \sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{c \times \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$b = \frac{c \times \sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{c \times \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

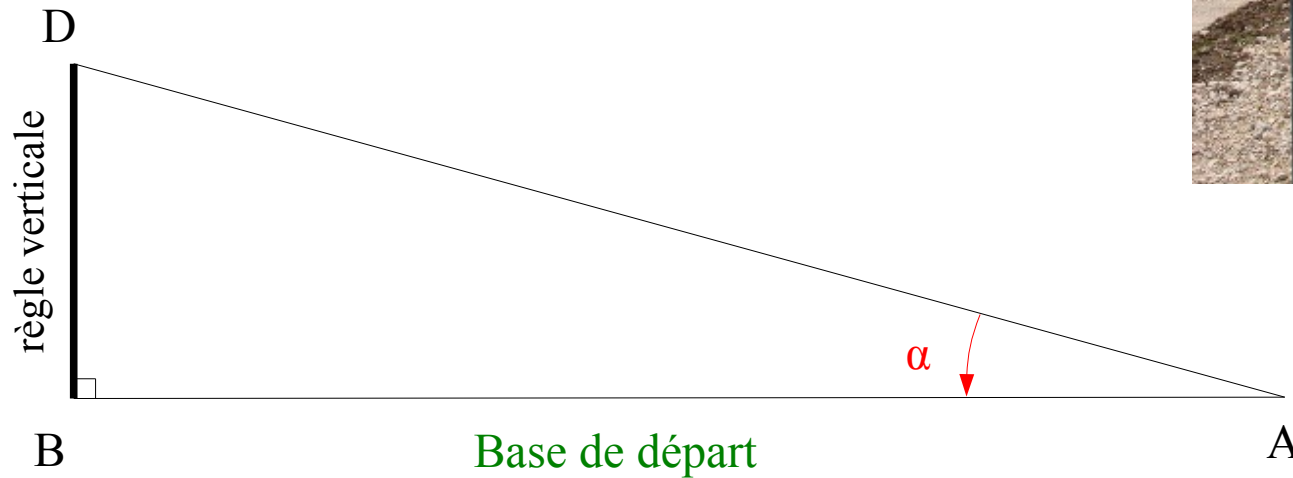
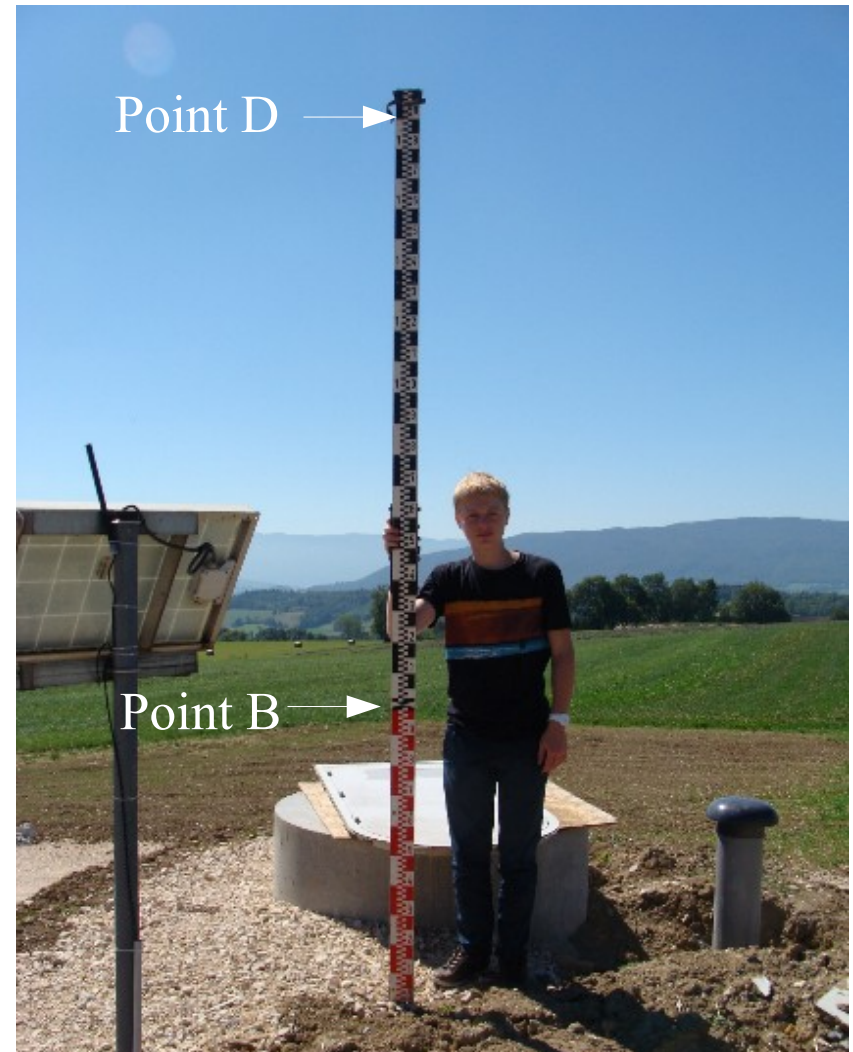
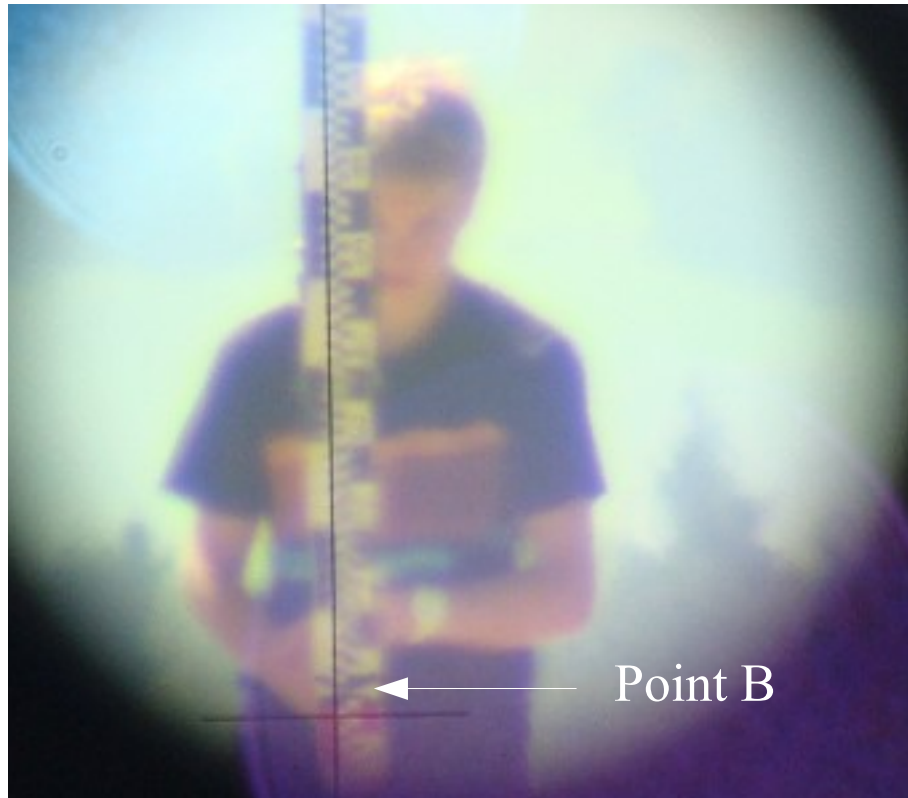
Si on connaît c , α et β , alors on peut calculer les longueurs a et b .

Triangulation : remplacer une mesure de distance par des mesures d'angles

Mesure de la distance Abbadia - Cap du Figuier

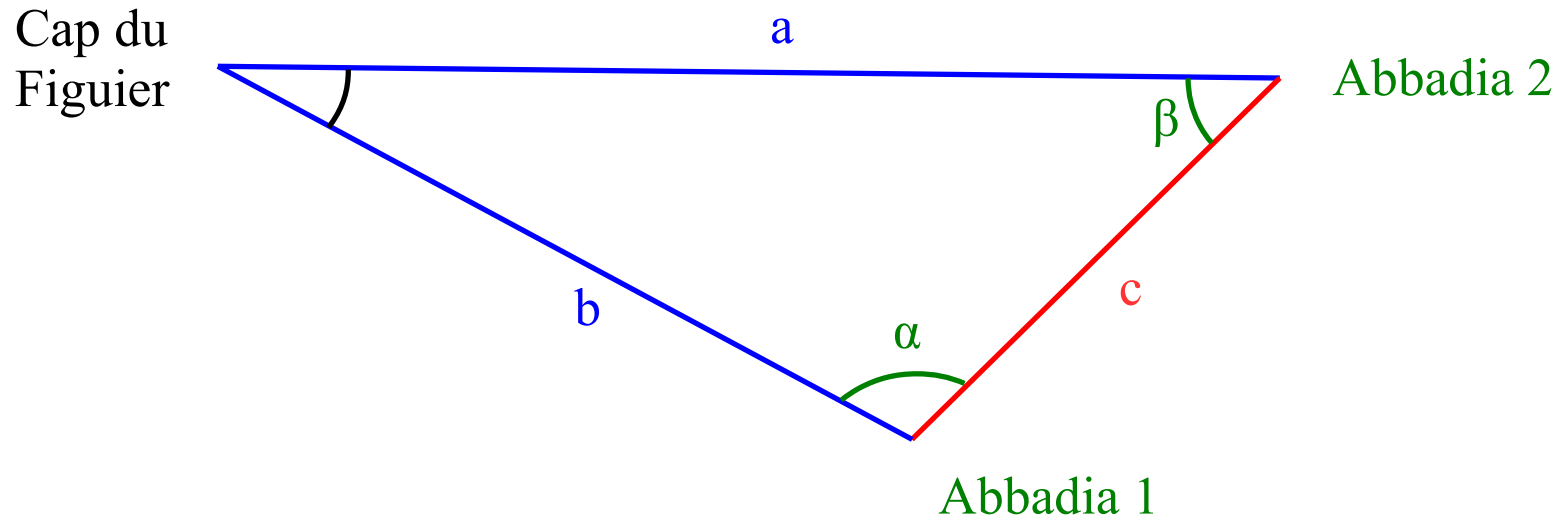


Mesure de la base de départ : méthode 1



$$AB = \frac{BD}{\tan \alpha}$$

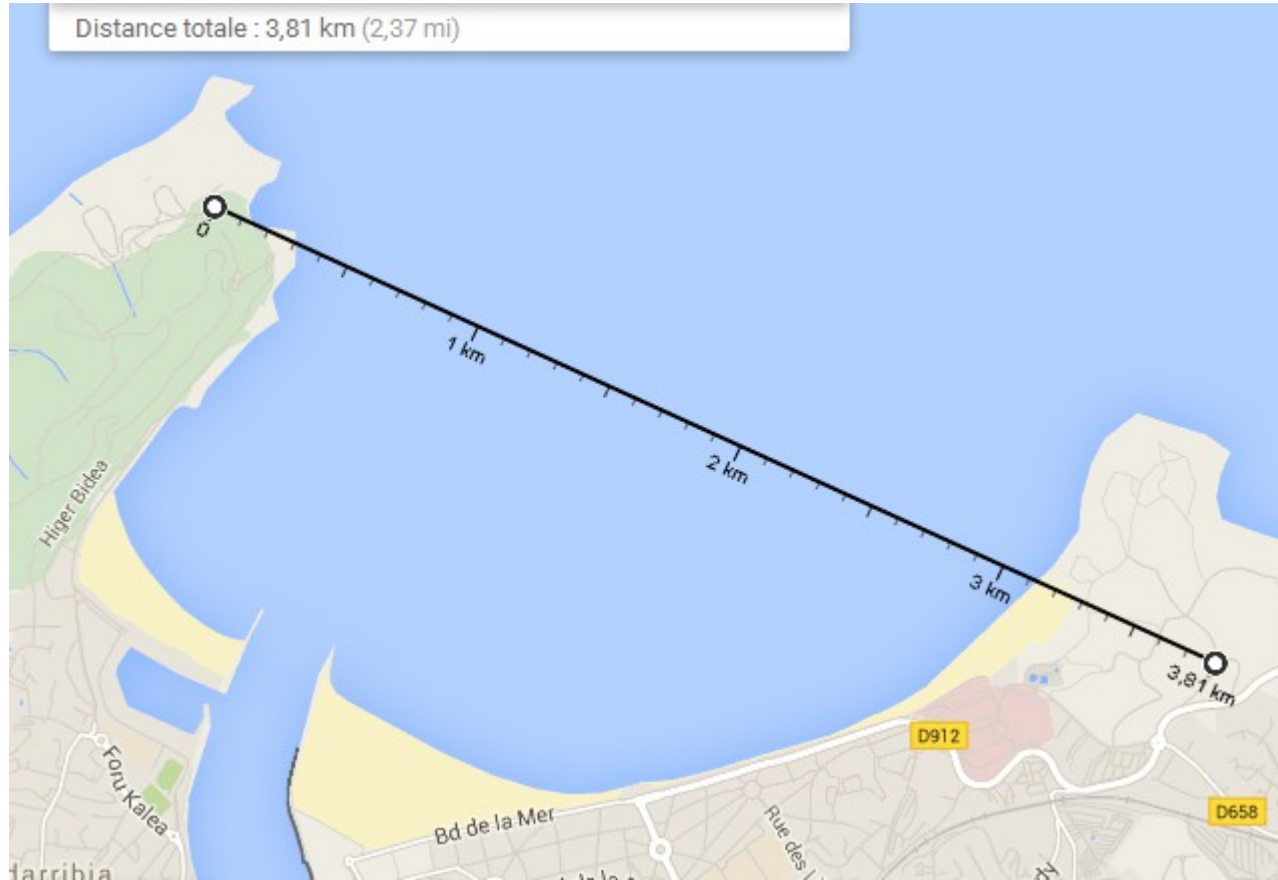
Le triangle



Calcul de la longueur Abbadia – Cap du Figuier :

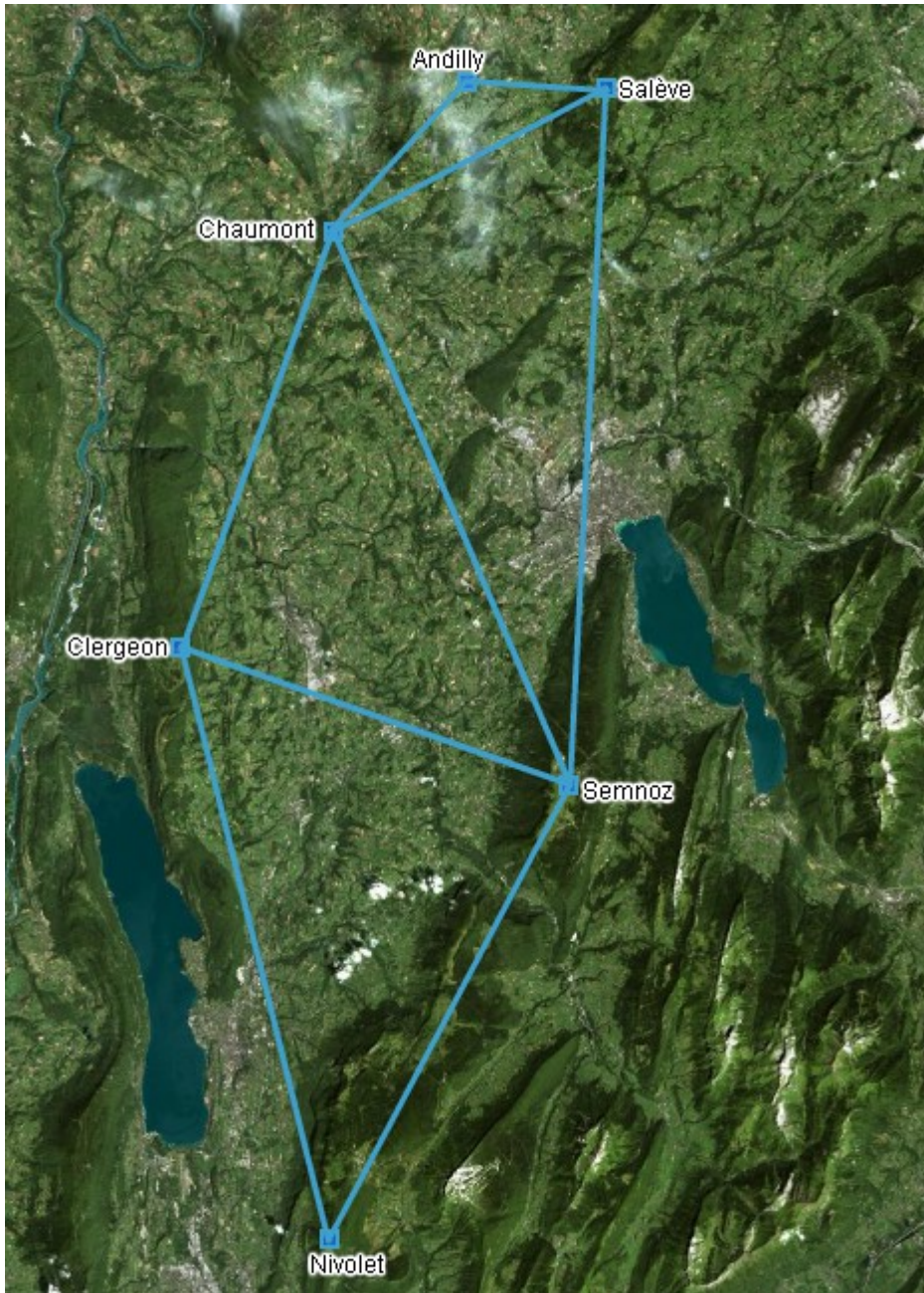
$$b = \frac{c \times \sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}$$

Mesure de la distance Abbazia - Cap du Figuier



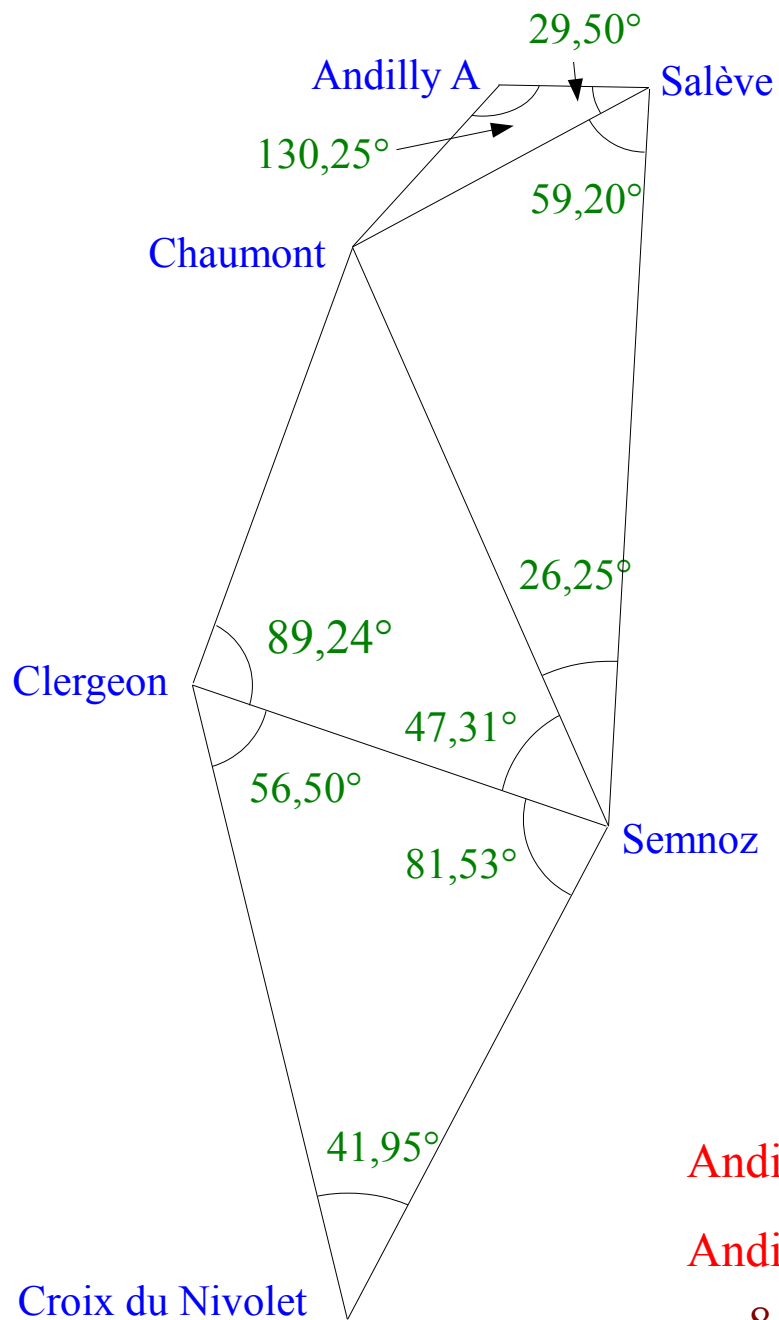
La triangulation réalisée avec les
élèves

4. La chaîne de triangulation

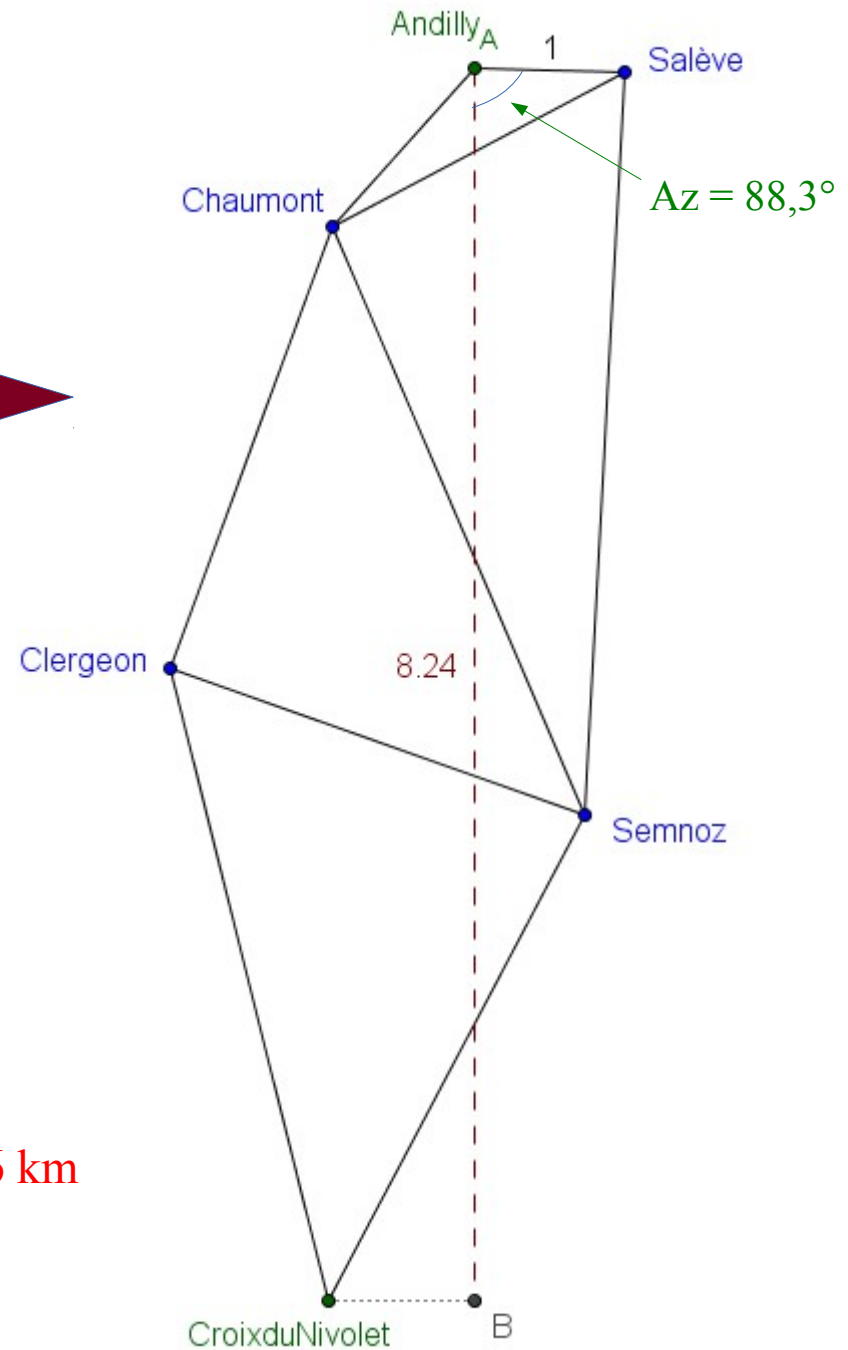


La croix du Nivolet vue à travers la lunette du théodolite depuis le Semnoz

d) La chaîne de triangulation



GéoGebra

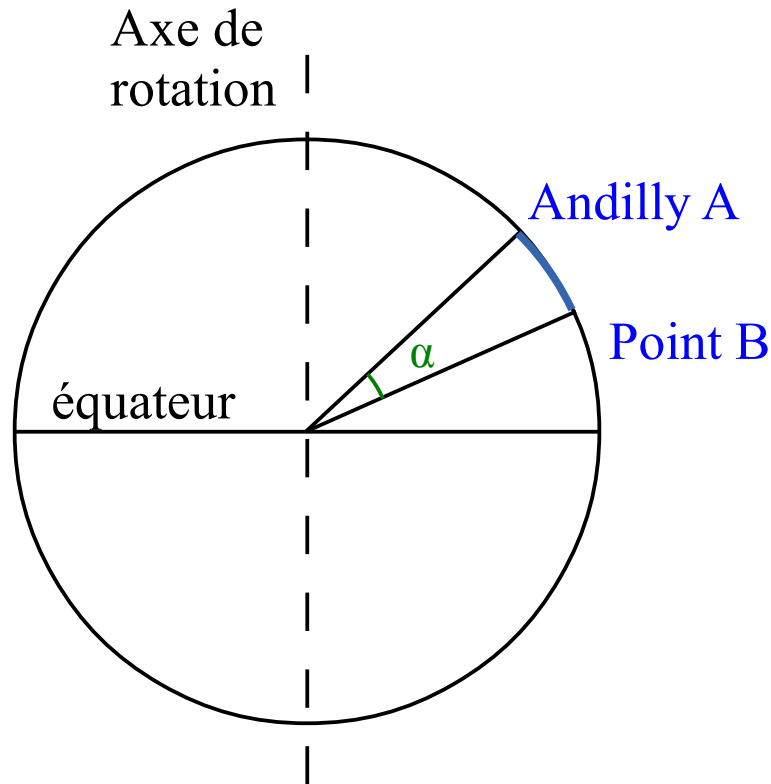


Andilly A – Salève : 6,226 km

Andilly A – Point B :

$$8,24 \times 6,226 = 51,30 \text{ km}$$

Calcul du rayon de la Terre



Différence de latitude : $\alpha = 0,475^\circ$

Distance : 51,30 km

Périmètre :
$$\frac{360 \times 51,30}{0,475} = 38\,900 \text{ km}$$

Rayon de la Terre :
$$\frac{38\,900}{2\pi} = 6\,190 \text{ km}$$

La précision de notre mesure

Influence des différentes grandeurs

	Mesures	Erreur estimée
Longueur sur la règle (m)	1,9	0

Angle β du 1 ^{er} triangle (°)	41,03	0
Angle γ du 1 ^{er} triangle (°)	1,305	0

Facteur multiplicatif chaîne	8,24
------------------------------	------

Différence de latitudes (°)	0,475	0,000
-----------------------------	-------	-------

Rayon de la Terre (km)	
Calcul sans erreur mesures	6188
Calcul avec erreurs mesures	6188
Variation	0

Longueur de la base AM (m)	216,0
----------------------------	-------

Longueur Andilly - Salève (km)	6,226
--------------------------------	-------

Longueur Andilly – Point B (km)	51,30
---------------------------------	-------

Influence des différentes grandeurs

Trois grandeurs ont une grande importance pour la précision de notre résultat :

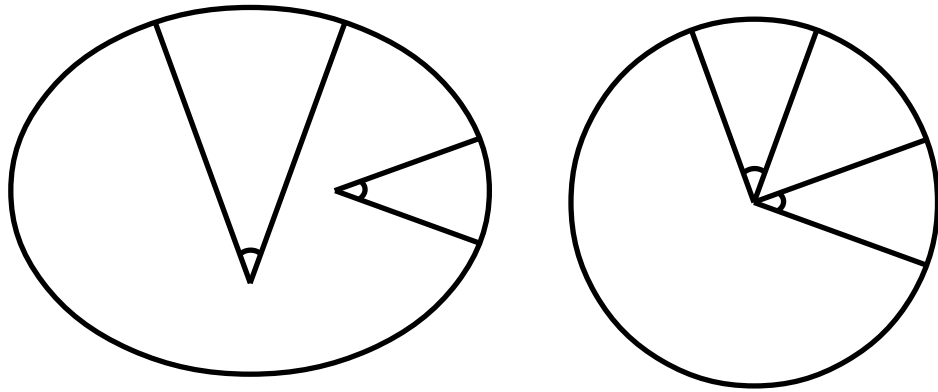
- **Différence de latitude** : une erreur de $1' = 0,017^\circ$ \longrightarrow erreur de 200 km sur R_T .
- **Longueur de la base** : une erreur de 2 cm sur la règle \longrightarrow erreur de 70 km sur R_T .
- **Angle γ du premier triangle** : une erreur de $0,01^\circ$ \longrightarrow erreur de 50 km sur R_T .

Notre résultat : $R_T = 6200 \pm 400 \text{ km}$

$1 \text{ degré du méridien} = 108 \pm 7 \text{ km}$

Les mesures historiques

Une Terre aplatie ou allongée ?



1670 : **Picard** réalise la première triangulation précise.

1718 : **Jacques Cassini** trouve pour un arc de 1° :

Paris-Dunkerque : **56 960 toises**

Paris-Collioure : **57 097 toises**

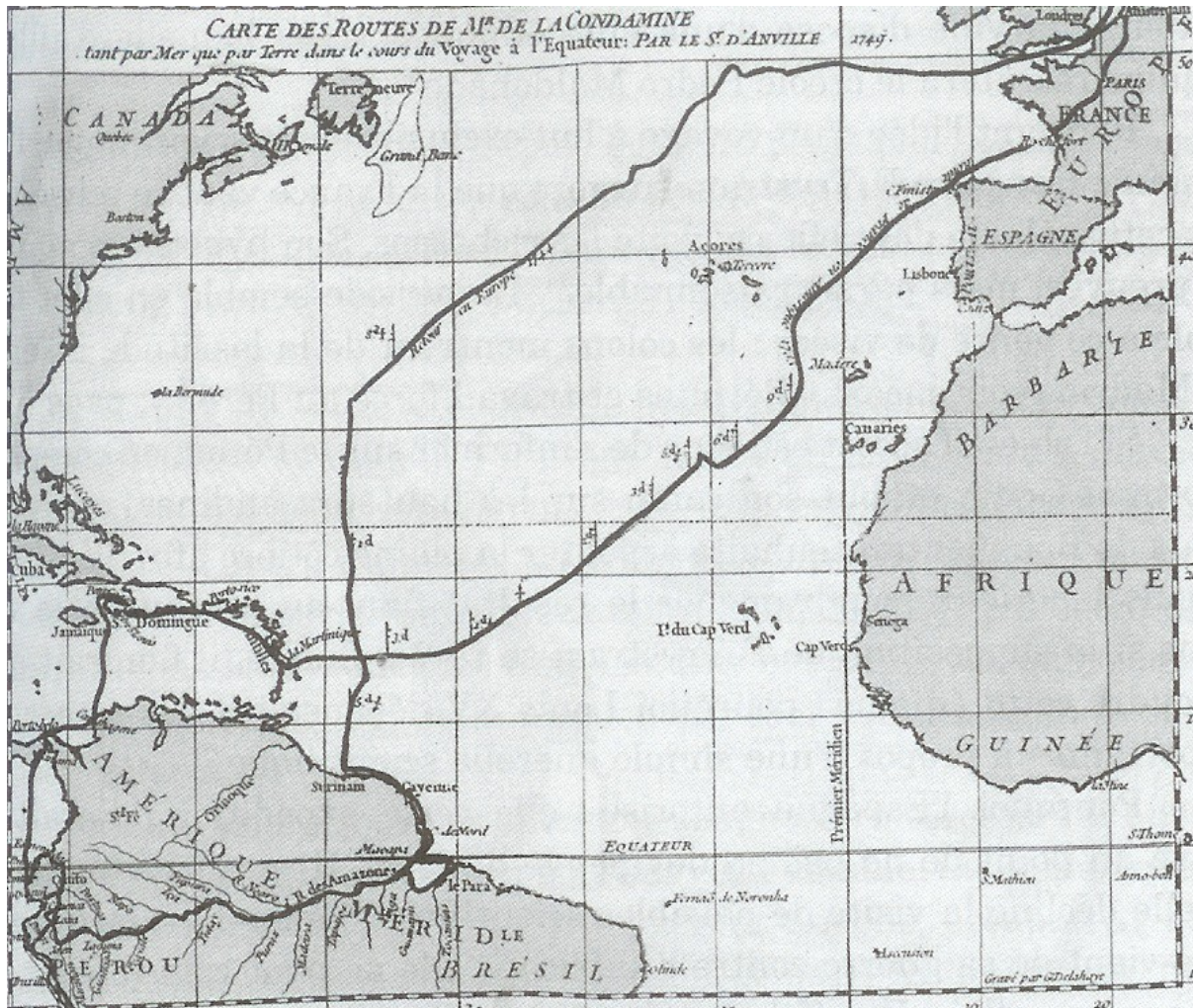


1734 : **Voltaire** : « A Paris, vous vous figurez la Terre comme un melon ; à Londres elle est aplatie des deux côtés. »

Il faudrait des **mesures d'arcs de méridien** à des latitudes très différentes.

La mission au Pérou (1735-1744)

« Nos derniers voyageurs, plus fous que leurs aïeux
Vont contempler au Nouveau Monde
Si cette Terre enfin est Elliptique ou Ronde »
(Cideville à Voltaire)



Quatre académiciens :

- Louis Godin
- Pierre Bouguer
- Charles-Marie de La Condamine
- Joseph de Jussieu

Bouguer : « Les chemins étaient d'une difficulté qu'il n'est pas possible d'imaginer, lorsqu'on ne l'a pas éprouvée (...) Deux de mes mules périrent en chemin, & je fus obligé d'abandonner à leur sort deux autres, qui, quoique sans charge, ne pouvaient pas faire un seul pas. »

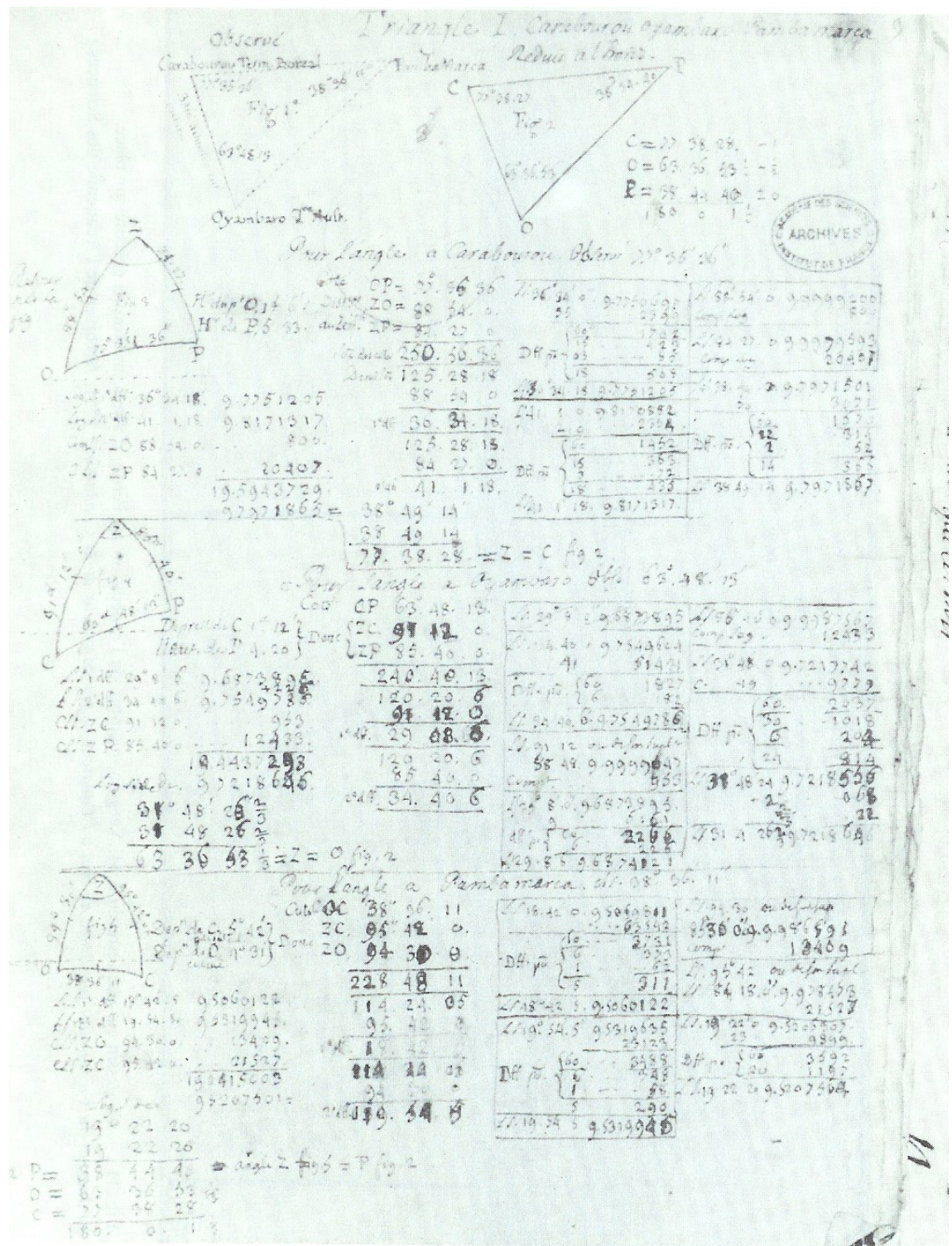
Une moisson de résultats scientifiques

- Mesure d'un arc de méridien de 3° de latitude :
Degré du méridien : 56 753 toises (Bouguer)



- Mesure de la vitesse du son.
- Mesure de la réfraction atmosphérique.
- Détermination des altitudes grâce au baromètre.
- Mesure de la diminution de la pesanteur avec l'altitude.
- Mesure de la déviation de la verticale par l'attraction des montagnes.
- Description du quinquina, du caoutchouc, du curare.

Pour ceux qui veulent vérifier !



Une page des carnets de La Condamine

La mission en Laponie (1735-1737)



Quatre académiciens :

- Pierre-Louis Moreau de Maupertuis
- Alexis Claude Clairaut
- Pierre-Charles Le Monnier
- Charles-Etienne Camus

Un correspondant : l'abbé Réginald Outhier

Un savant suédois : Anders Celsius

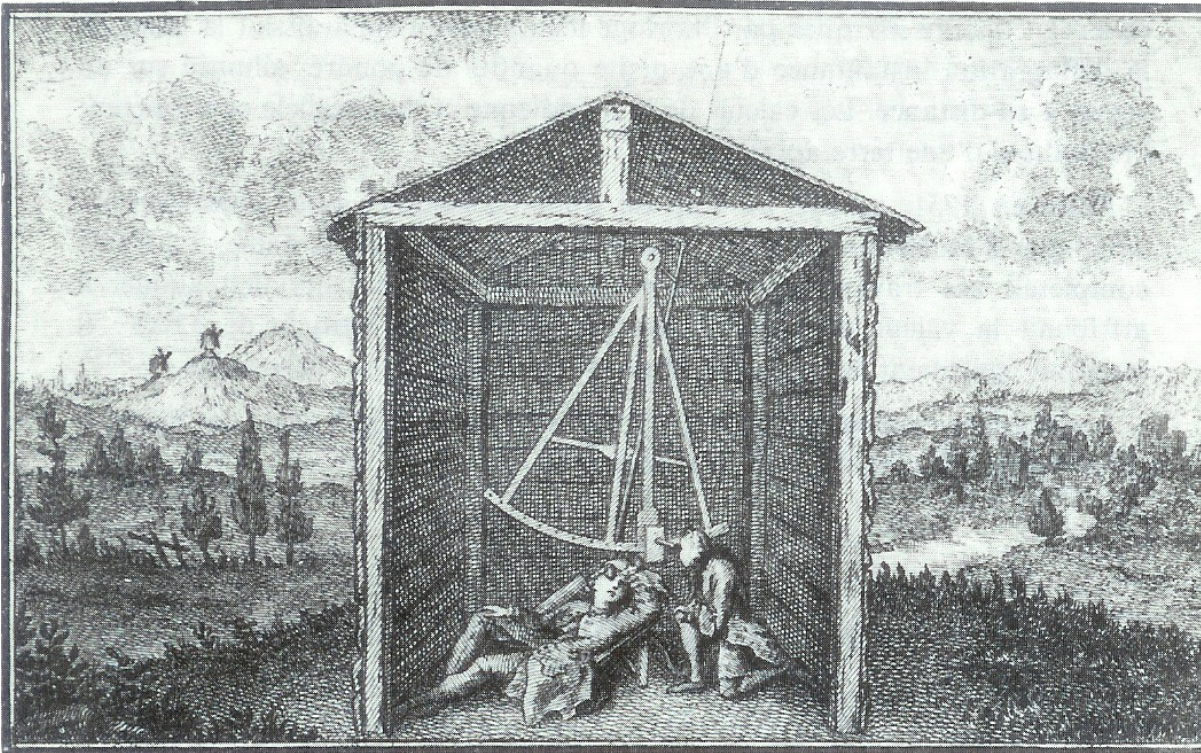
Résultat pour le degré du méridien : 57 438 toises

Aplatissement : 1/178

*« Héros de la Physique, argonautes nouveaux,
Qui franchissez les monts, qui traversez les eaux,
Ramenez des climats soumis aux trois couronnes
Vos perches, vos secteurs et surtout deux Laponnes.
Vous avez confirmés dans ces lieux pleins d'ennuis,
Ce que Newton connut sans sortir de chez lui. »*

(Voltaire)

La Méridienne vérifiée (1739-1740) : Cassini de Thury – La Caille



La Caille observant au
secteur.

Cassini de Thury : « *Les résultats sont favorables à l'aplatissement de la Terre.* »

Un résumé des mesures géodésiques

Picard (1670)	Paris	49° 29'	57 060 toises	111,21 km
Laponie (1736-1737)	Laponie	66° 20'	57 438 toises	111,95 km
Equateur (1735-1744)	Pérou	-1° 30'	56 753 toises	110,61 km
Cassini de Thury (1739)	Collioure- Dunkerque	49° 29'	57 074 toises	111,24 km

Maupertuis a fait une erreur de 200 toises dans la mesure de son arc, soit environ 0,4 km.

