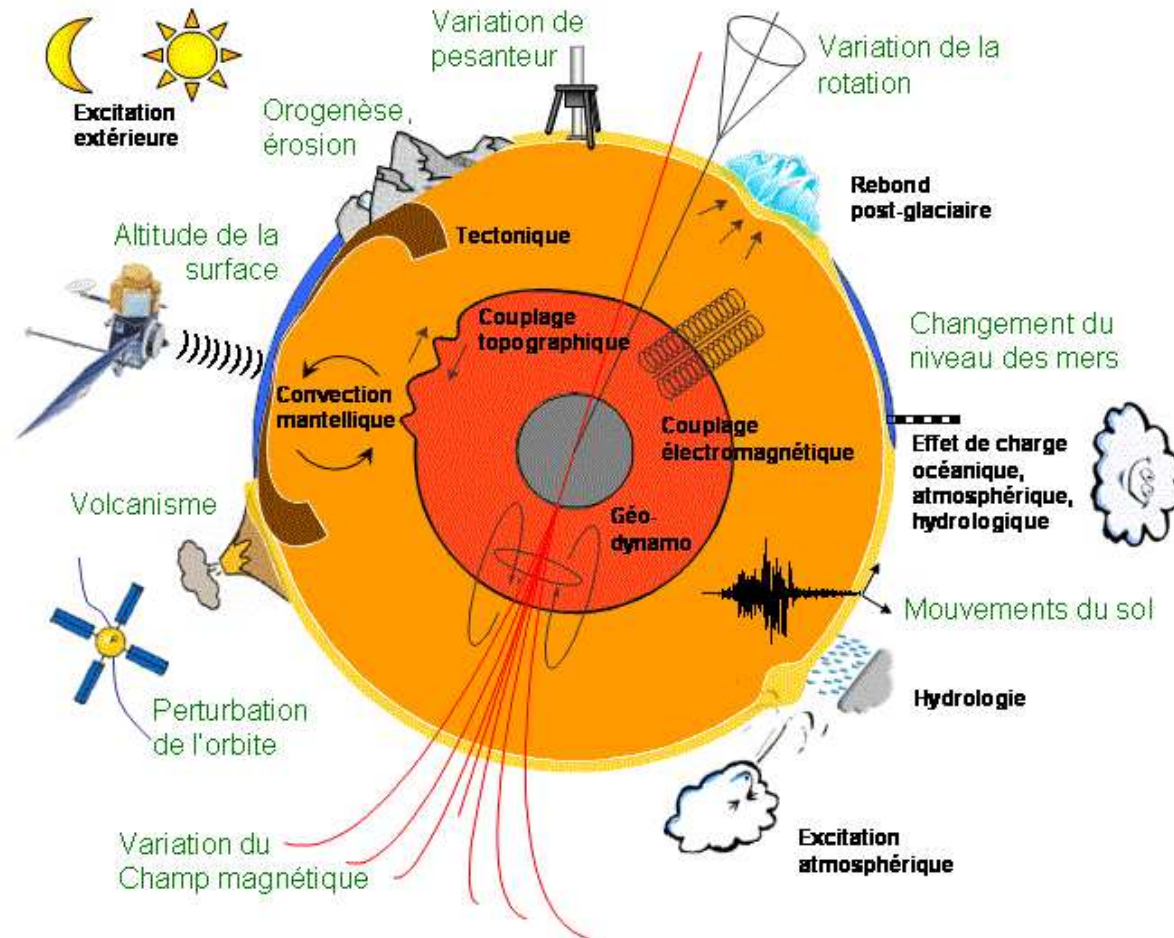


Variation du champ de pesanteur



Marianne Greff

Institut de Physique du Globe de Paris



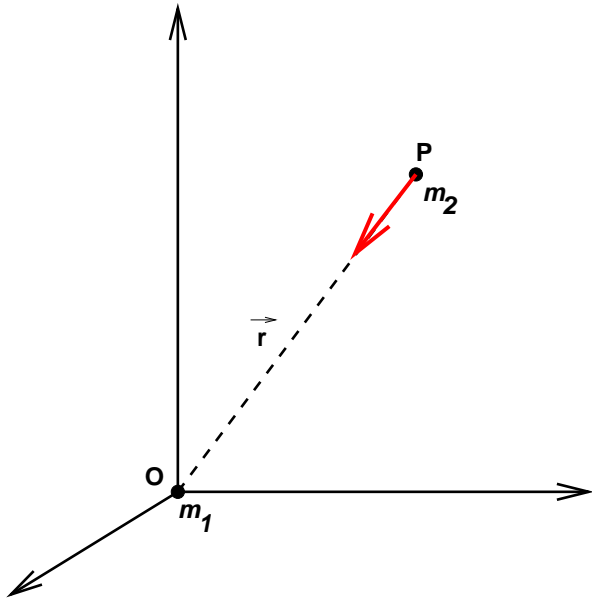
courtesy of O. de Viron

- Pesanteur et forme de la Terre
- Variations temporelles du champ de pesanteur de l'échelle de temps géologique à diurne

Pesanteur et forme de la Terre

- La sphère
- L'ellipsoïde de révolution
- L'ellipsoïde de référence
- Le geoïde
- Dynamique interne de la Terre

Newton (1689): *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*



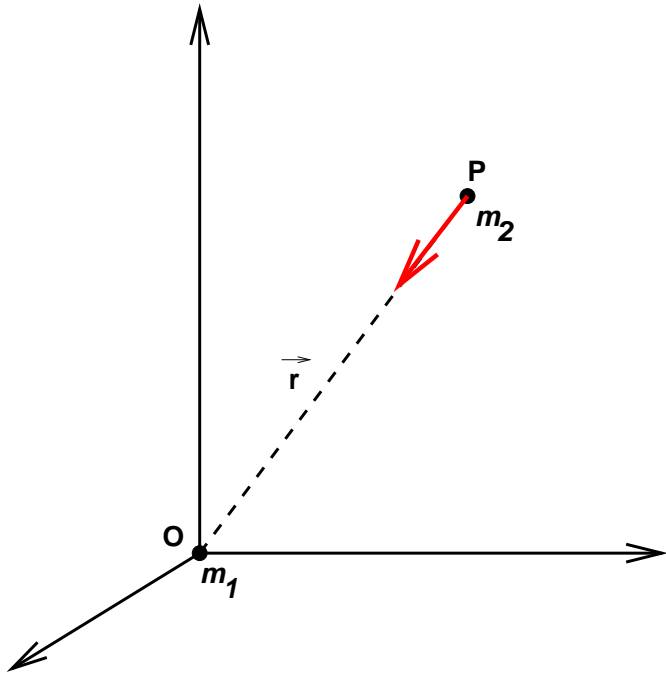
Loi de l'attraction universelle:

Deux masses s'attirent de façon proportionnelle à leur masse et inversement proportionnelle au carré de la distance.

Action réciproque de 2 masses

Soit un repère centré en O point de masse m_1 . Soit une masse m_2 en P avec $\overrightarrow{OP} = \vec{r}$. La force \vec{F} s'écrit en P :

$$F = -G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



On considèrera la masse $m_2 = 1$ et on parlera de l'attraction de la masse m_1 (notée m) sur le point P:

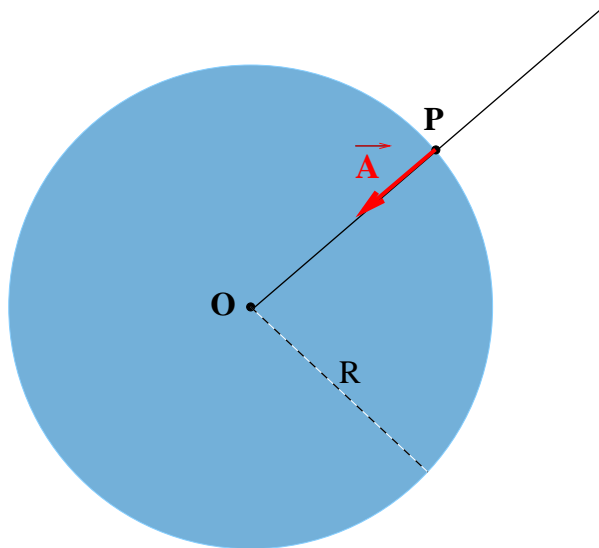
$$A = -\frac{Gm}{r^2}$$

G constante gravitationnelle: $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2 \text{ SI}$

A a la dimension d'une accélération m/s^2

Sphère fluide immobile

Si la Terre était homogène et immobile, sa forme serait une sphère.



Attraction en un point P à la surface de la sphère de masse M , de rayon R :

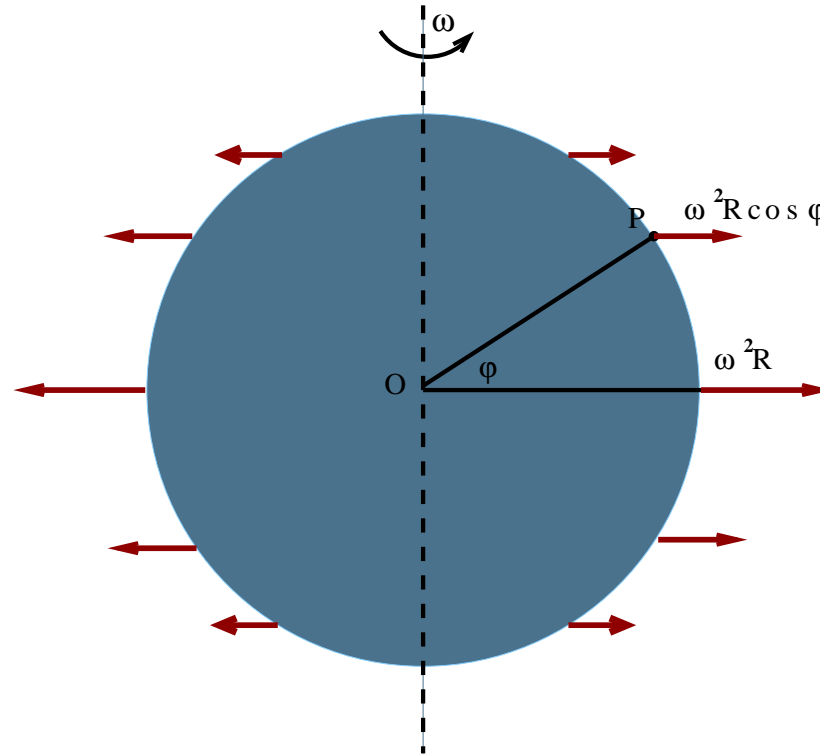
$$A = -\frac{GM}{R^2}$$

Sphère fluide en rotation

Mais la Terre tourne ...

⇒ Accélération centrifuge
= Accélération due à la rotation
de la Terre

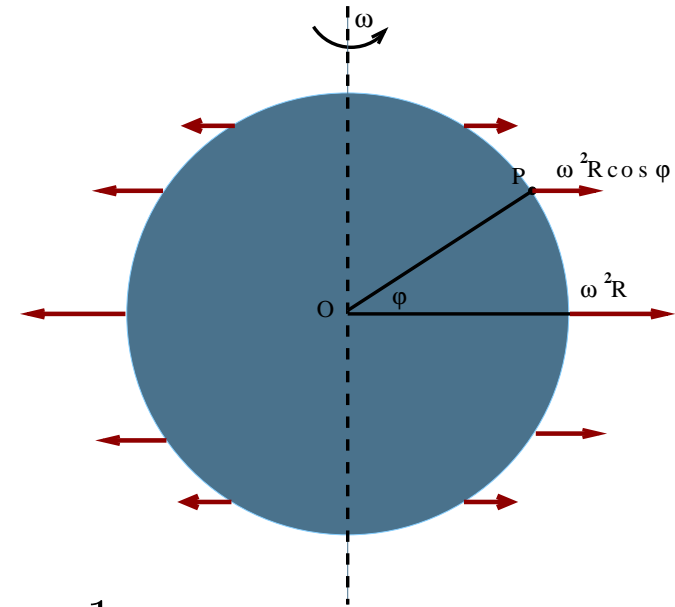
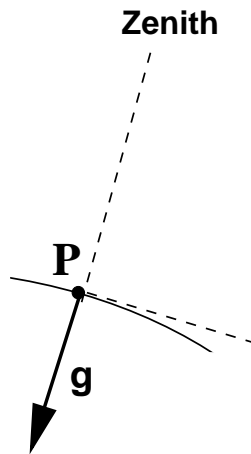
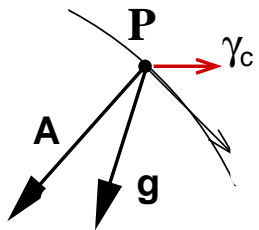
$$\vec{\gamma}_c = -\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{OP})$$



φ latitude du point P

ω vitesse angulaire de rotation

Sphère fluide en rotation

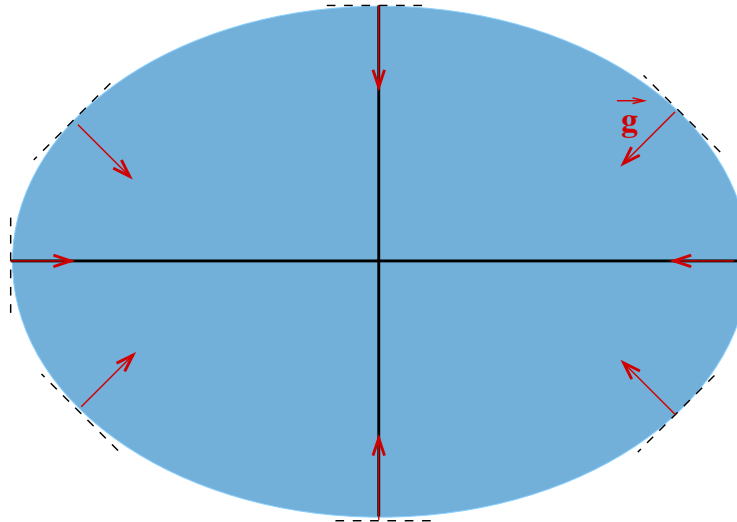


$$\vec{g} = \vec{A} + \vec{\gamma}_c \quad \text{avec} \quad \frac{\gamma_c}{A} = \frac{1}{289.9} \ll 1$$

Accélération de la pesanteur = **Gravité** + **Accélération centrifuge**

En raison de la force centrifuge, plus forte à l'équateur, la planète, déformable, est renflée au niveau de cet équateur.

La Terre n'est donc pas une sphère, mais un ellipsoïde de révolution aplati aux pôles.



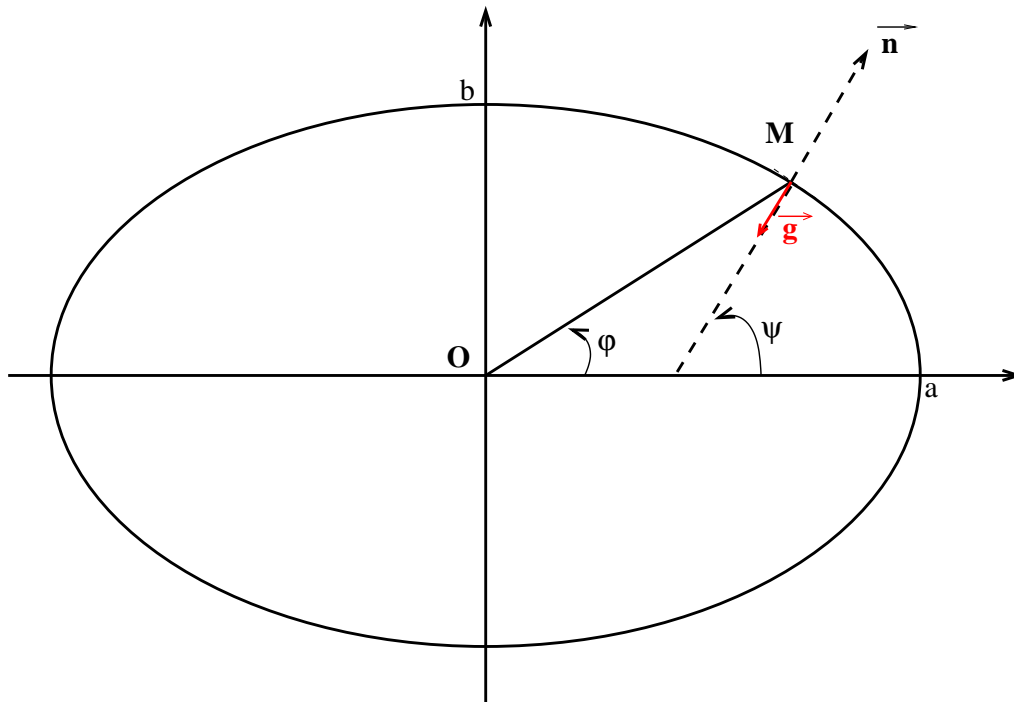
Accélération de la pesanteur = **Gravité** + **Accélération centrifuge**

Gravité = **Attraction newtonnienne de l'ensemble des masses de la Terre**

Accélération centrifuge = **Accélération due à la rotation de la Terre**

Terre ellipsoïdale - Figure de référence

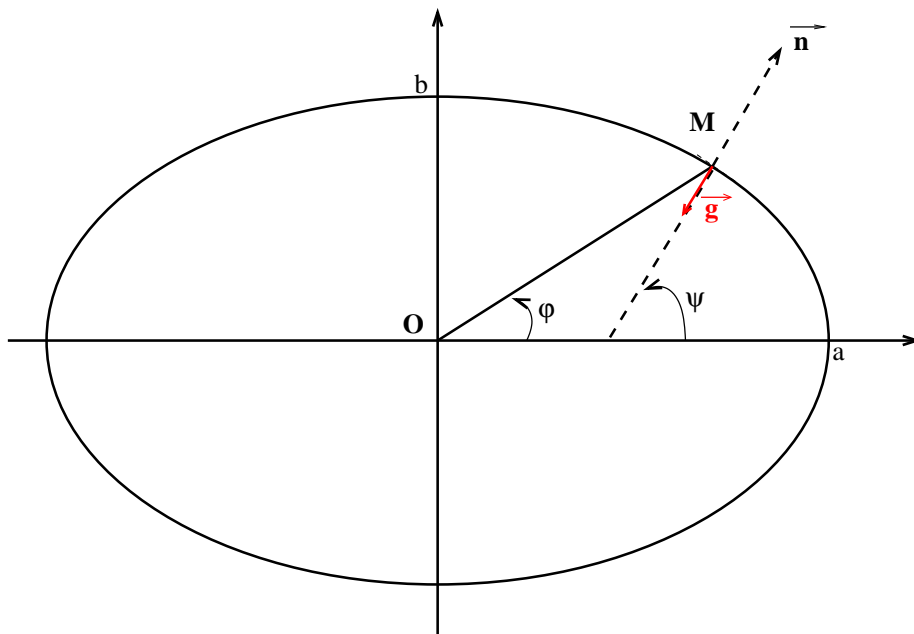
On peut alors représenter notre planète par un ellipsoïde de révolution par rapport à son axe de rotation.



$a = 6378137$ m le demi-grand axe
 $b = 6356752$ m le demi-petit axe.

Aplatissement géométrique

$$\alpha = \frac{a - b}{a} = \frac{1}{298.257} \ll 1$$



\vec{n} : normale mathématique assimilée à la verticale d'une Terre idéale.

On définit différentes latitudes:

- $(\vec{e}_x, \vec{n}) = \Psi$ latitude géodésique ou géographique
- $(\vec{e}_x, \vec{OM}) = \varphi$ latitude géocentrique

La latitude géocentrique φ s'écrit:

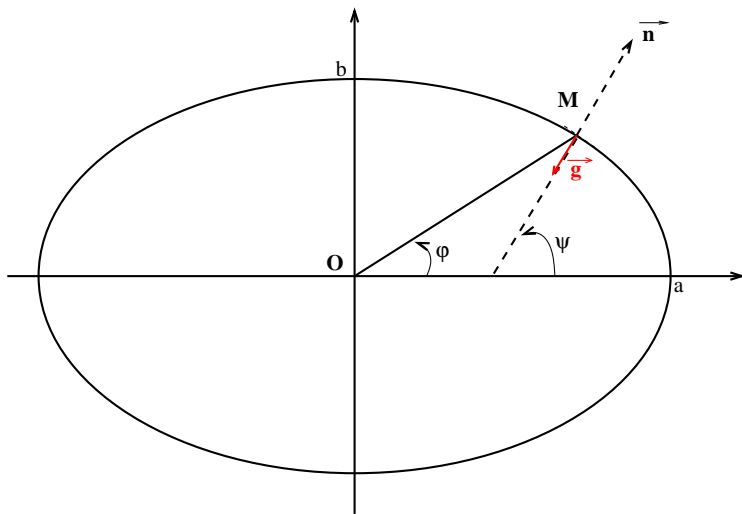
$$\tan \varphi = \frac{b^2}{a^2} \tan \Psi$$

Si l'ellipsoïde est peu aplati $\alpha \ll 1$:

$$\varphi \simeq \Psi - \alpha \sin 2\Psi$$

Distance au centre de la Terre

$$\overline{OM} = a \frac{\sqrt{1 + (e^4 - 2e^2) \sin^2 \Psi}}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \Psi}}$$



avec $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ l'excentricite

Au chateau d'Abbadia:

$$\Psi = 43^{\circ}22'39''$$

$$\varphi - \Psi = -12''$$

Distance au centre de la Terre:

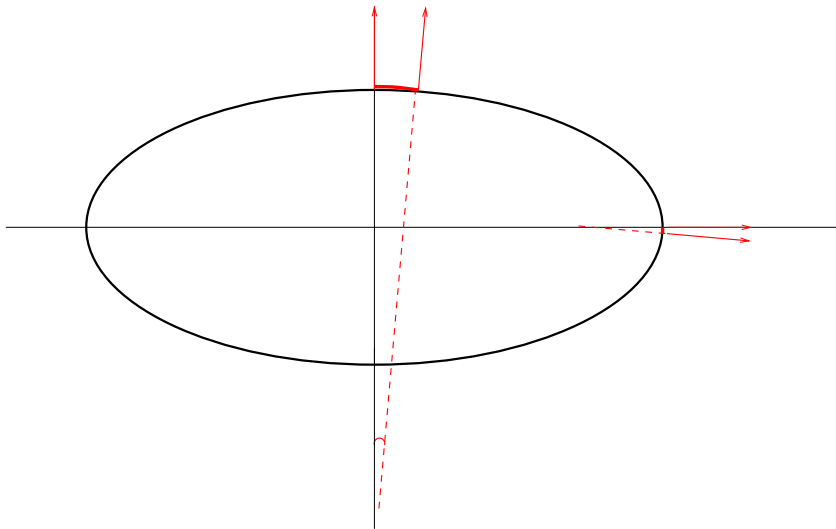
$$r = 6368,09 \text{ km}$$

A Paris: $\Psi = 48^{\circ}51'23.68''$

Distance de Paris au centre de la
Terre:

$$r = 6366,05 \text{ km}$$

Élément de longueur sur l'ellipsoïde



Soit ds l'élément de longueur sur un méridien:

$$ds = a \frac{1 - e^2}{(1 - e^2 \sin^2 \Psi)^{3/2}} d\Psi$$

Afin de terminer la querelle sur l'aplatissement de la Terre qui dura de 1723 à 1737, l'Académie des Sciences de Paris organisa deux missions afin de mesurer un degré de méridien: l'une au Nord (dans le golfe de Botnie), l'autre au Pérou.

- La première expédition obtint un degré de méridien de 57438 toises à la latitude moyenne de $66^{\circ}20'$.
- La seconde produit des résultats assez dispersés, de moyenne 56746 toises à la latitude de $-1^{\circ}30'$.

1 toise = 6 pieds et le pied de Paris = 0.3248 m

⇒ Aplatissement terrestre obtenu à l'époque: $\alpha = \frac{1}{207.8}$

- Mesure au Cap de Bonne Espérance en 1752 pour s'assurer que dans l'hémisphère Sud il y avait symétrie du méridien: 56037 toises à la latitude de $-33^{\circ}18'$

Pesanteur sur l'ellipsoïde de référence

A la surface de l'ellipsoïde de référence, la pesanteur peut s'écrire:
(formule de Somigliana)

$$\gamma = \frac{a\gamma_E \cos^2 \Psi + b\gamma_P \sin^2 \Psi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \Psi + b^2 \sin^2 \Psi}}$$

a et b demi-grand axe et demi-petit axe de l'ellipsoïde de référence
 γ_E et γ_P pesanteurs normales équatoriales et polaires sur l'ellipsoïde:

$$\gamma_E = 9.7803267715 \text{ m/s}^2 \quad \text{et} \quad \gamma_P = 9.8321863685 \text{ m/s}^2$$

Ψ la latitude géodésique.

Chateau d'Abbadia:

$$\Psi = 43^\circ 22' 39'' \quad \Rightarrow \quad \gamma = 9.80473 \text{ m/s}^2$$

Equations de Clairaut (1743)

- Si la Terre est en équilibre hydrostatique, sa forme est une équipotentielle, et sur cette surface:

$$\gamma = \gamma_E [1 + \beta \sin^2 \Psi]$$

- *3^{ieme}* formule de Clairaut: A la surface de l'ellipsoïde hydrostatique

$$\alpha + \beta = \frac{5}{2}m$$

avec

$$\beta = \frac{\gamma_P - \gamma_E}{\gamma_E}; \quad \alpha = \frac{a - b}{a}; \quad \text{et} \quad m = \frac{\omega^2 a^3}{GM}$$

⇒ quelque soit la distribution de densité à l'intérieur du sphéroïde, l'aplatissement hydrostatique est déterminé par des mesures de pesanteur.

Application de la théorie de Clairaut

Rappel: la demi-période d'oscillation d'un pendule simple est donnée par:

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

avec g la pesanteur du lieu

- A Paris (latitude $\Psi_1 = 48^\circ 50'$), le pendule de Mairan, de longueur $l = 0.99385$ m bat la seconde
- A Pello (latitude $\Psi_2 = 66^\circ 48'$), en Laponie, MM Clairaut, Camus, Le Monnier et Maupertuis observent que le même pendule donne 86459.1 oscillations en 86400 secondes.

⇒ Calcul de la pesanteur à Paris et à Pello.

⇒ ils en déduisent le coefficient β et l'aplatissement hydrostatique de la Terre:

$$\beta = \frac{1}{204}; \quad \alpha_H = \frac{1}{268}$$

A comparer aux valeurs actuelles:

$$\beta = \frac{1}{188.9}; \quad \alpha_H = \frac{1}{299.8}$$

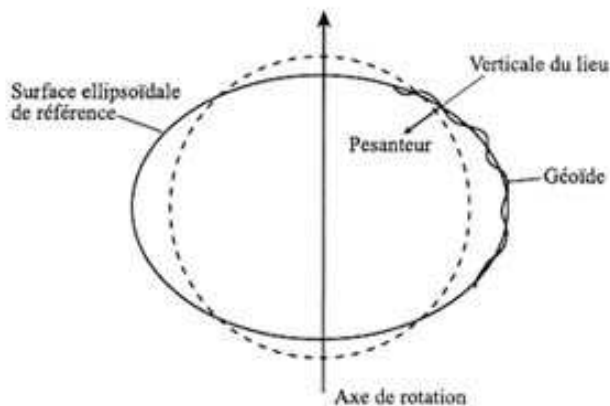
La Terre est-elle à l'équilibre hydrostatique ?

- Mesures de pesanteur + hypothèse d'une Terre en équilibre hydrostatique: \Rightarrow aplatissement hydrostatique $\frac{1}{299,80}$

- Mesures géodésiques: \Rightarrow aplatissement géométrique $\frac{1}{298,257}$



La Terre ne serait donc pas en équilibre hydrostatique.



- Si la Terre est fluide \Rightarrow sa forme est celle d'un ellipsoïde

- Mouvements internes de convection dans le manteau

\Rightarrow Hétérogénéités de masses internes

\Rightarrow Déformations de la planète

Géοide

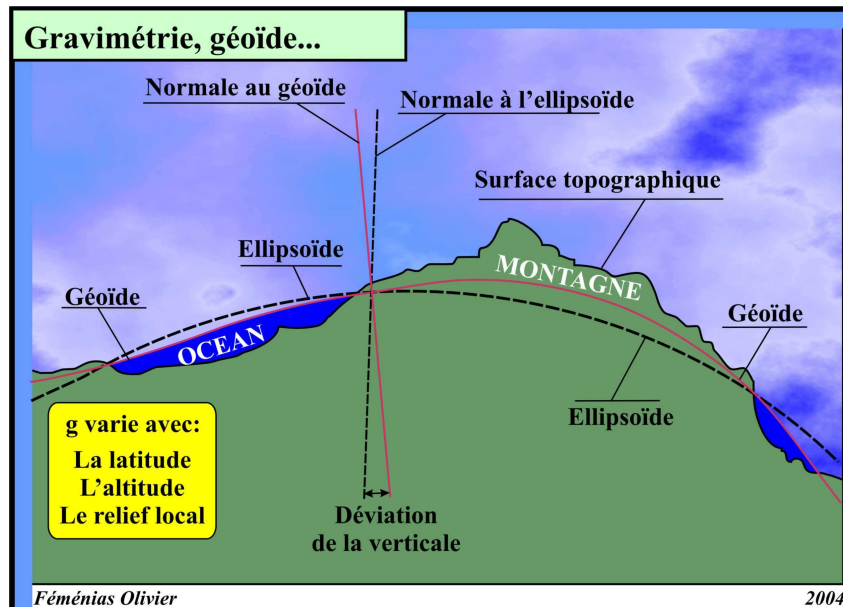
Définition: surface équipotentielle en pesanteur (i.e. surface partout perpendiculaire à la verticale donnée par la direction du fil à plomb) correspondant à la surface des océans au repos.

C'est la forme gravimétrique de la Terre.

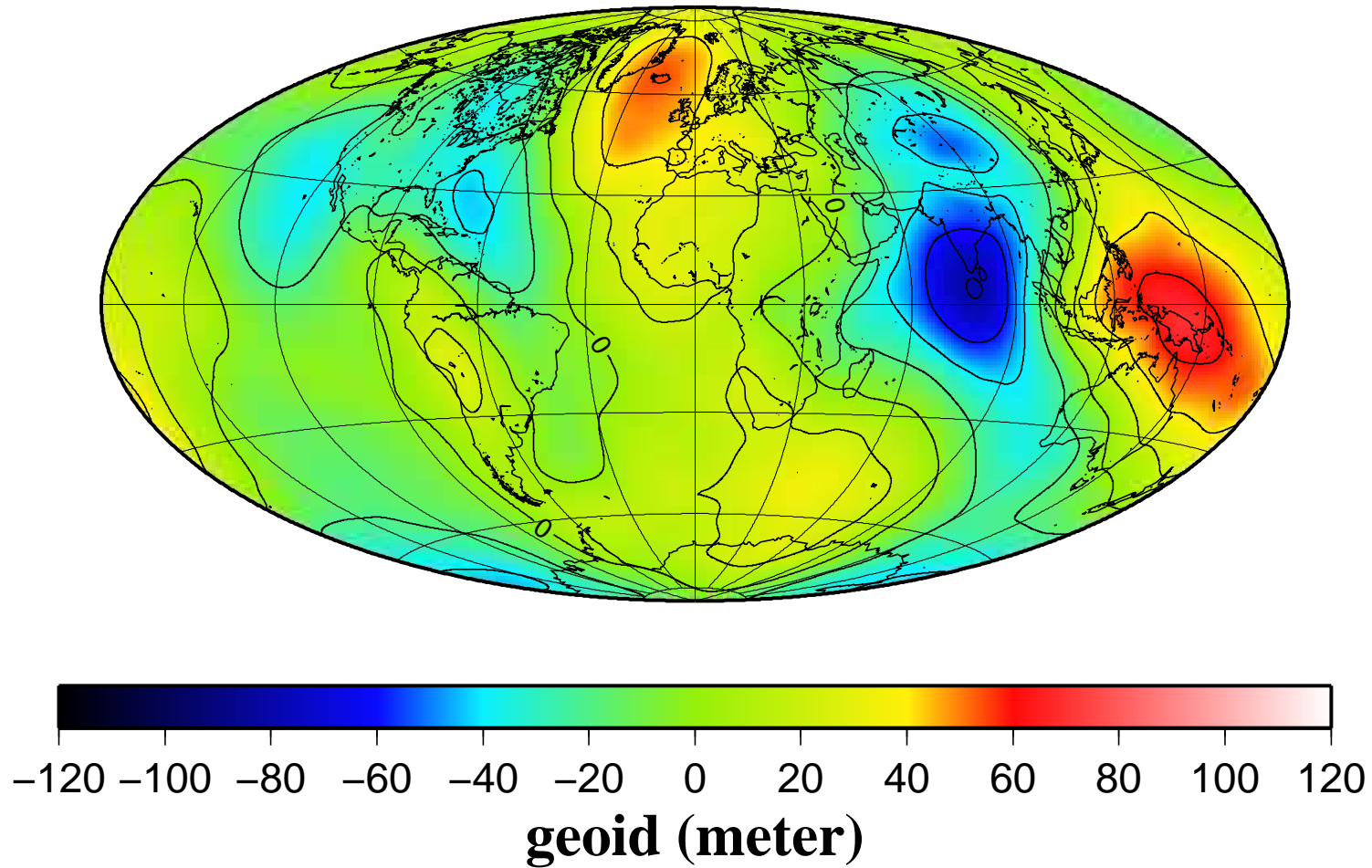
Hétérogénéités de masse à l'intérieur du manteau terrestre



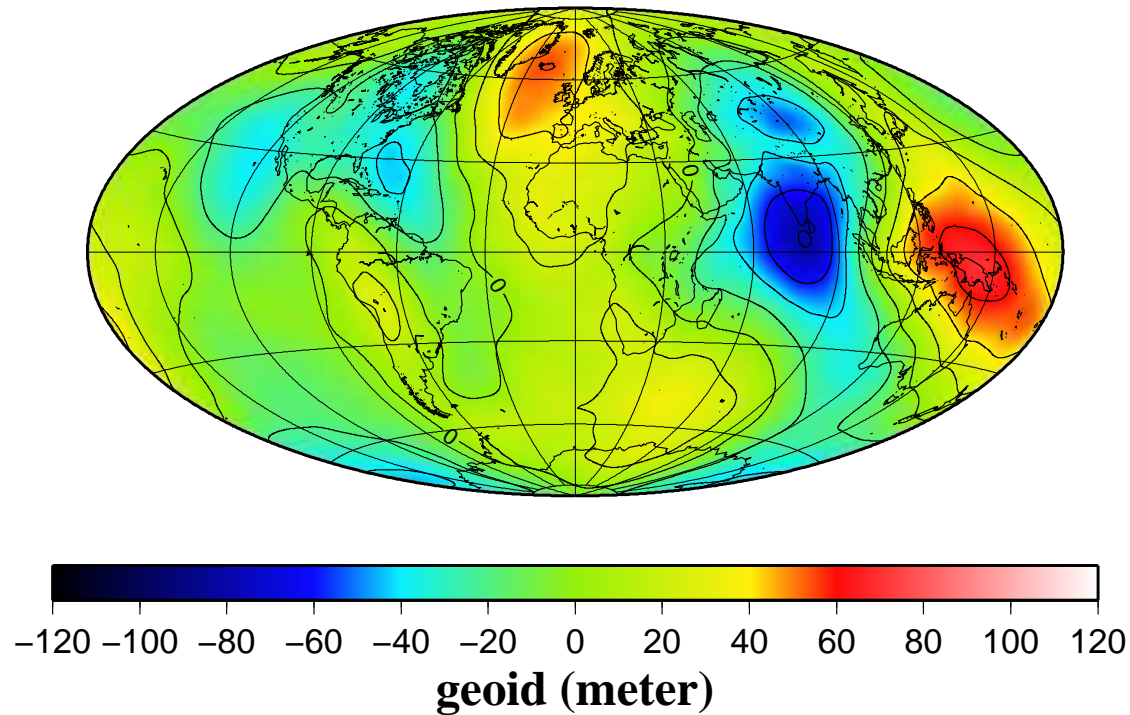
Le géοide et l'ellipsoide ne coïncident pas en tout point.



- Le géoïde est par définition la forme de la Terre.
- La verticale (le fil plomb) est donnée par la direction de g , c'est la normale au géoïde.
- La déviation de la verticale est l'angle entre la normale au géoïde et la normale à l'ellipsoïde.



Forme du géoïde représentée par son altitude comptée à partir de la surface de l'ellipsoïde (satellite GOCE): pas entre deux courbes de 20 mètres.



- Longueurs d'onde de plusieurs ordres de grandeur: de 10000 km à quelques km.
- Les deux plus grandes variations sont au Sud de l'Inde (-105 m) et en Nouvelle-Guinée (+73 m).
- Ondulations de très grandes longueurs d'onde du géoïde corrélées avec les signaux de tomographie sismique obtenus dans le manteau profond

Unités

- Gal (Gal):

En l'honneur de Galilée, on a nommé l'unité d'accélération gravitationnelle le gal avec :

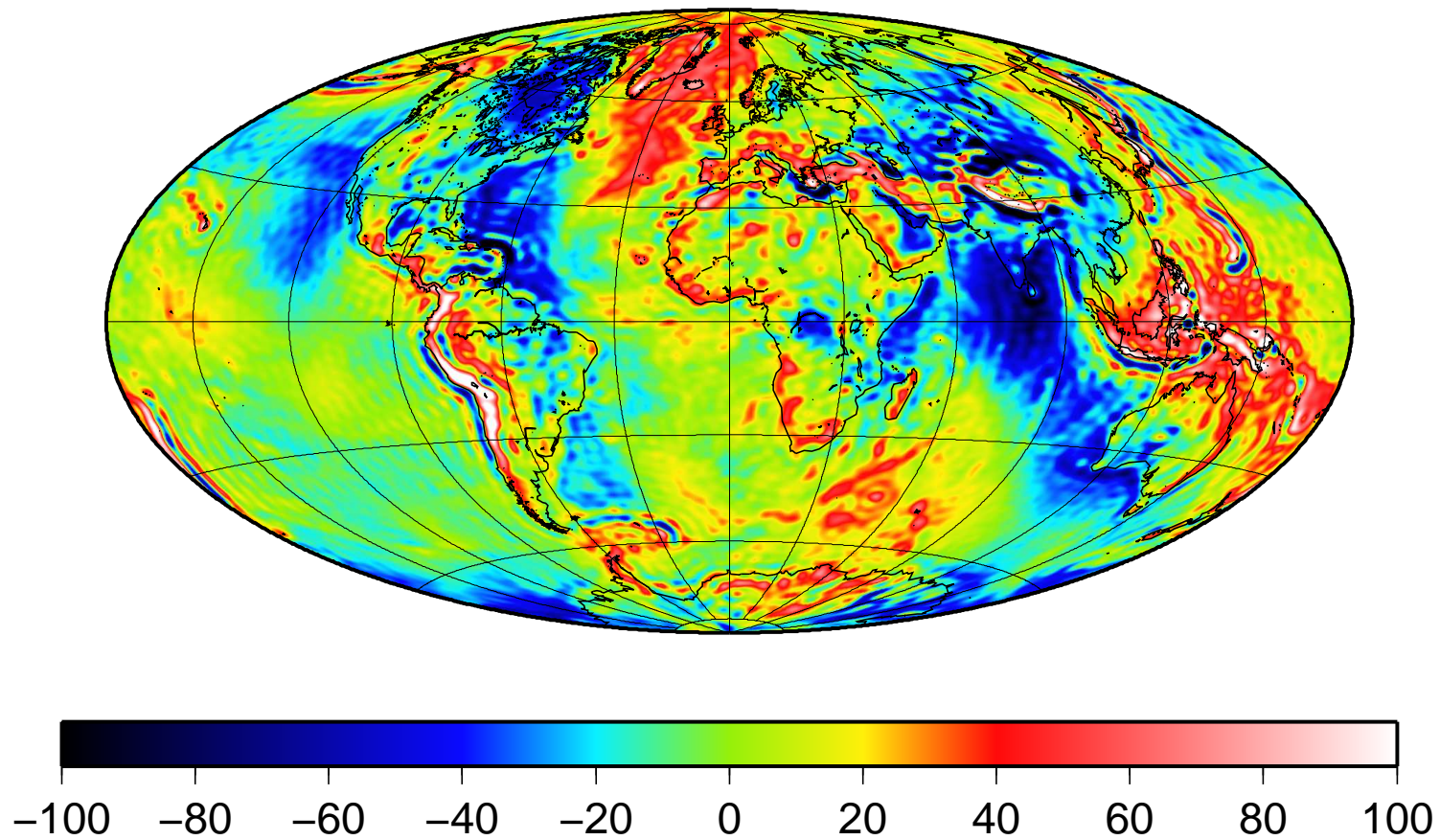
$$1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm/s}^2; \quad 1 \text{ mGal} = 10^{-3} \text{ Gal} = 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

- dans le Système International d'Unités SI, l'unité gravimétrique est le m/s^2

- Gravité sur la sphère: $9.81 \text{ m/s}^2 = 9.81 \times 10^5 \text{ mGal}$

- Variation de la gravité sur l'ellipsoïde: $0.05 \text{ m/s}^2 = 5000 \text{ mGal}$

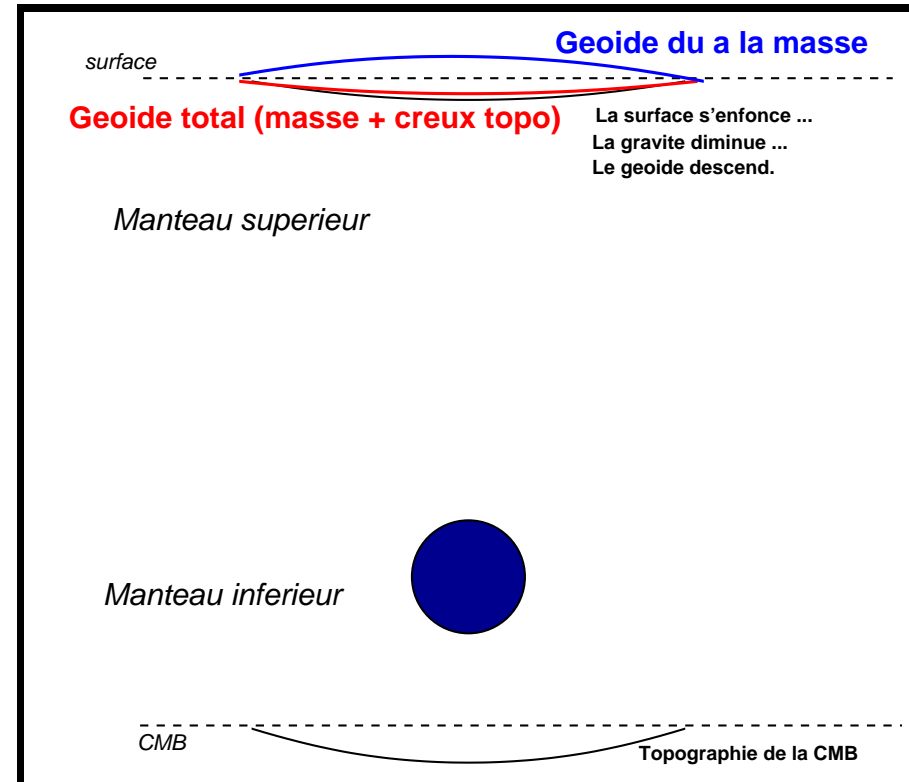
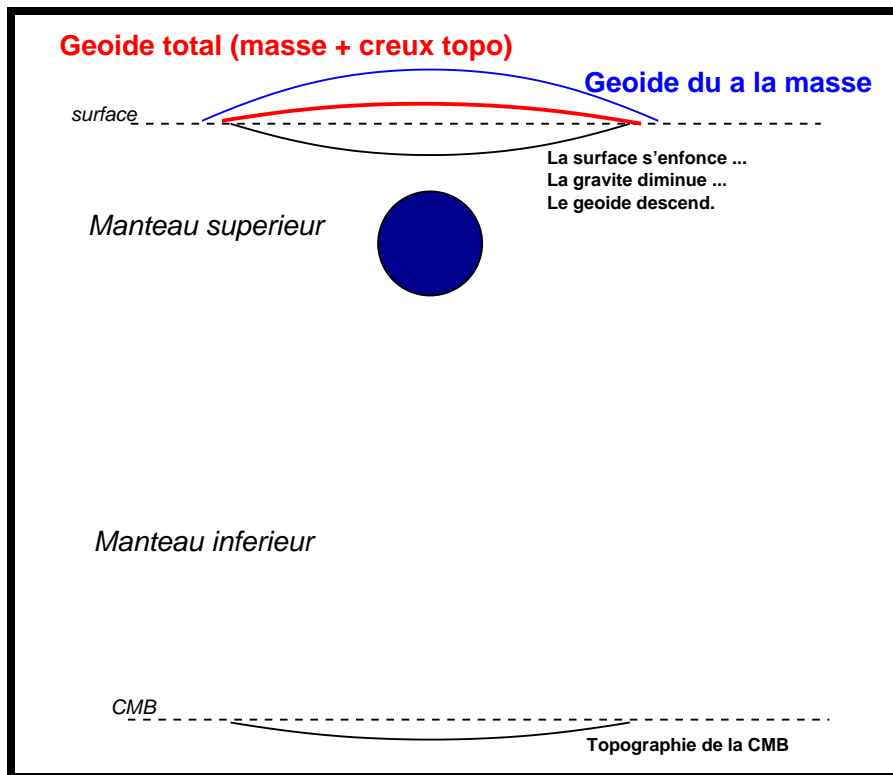
- Variations dues aux hétérogénéités de densités dans le manteau, montagnes, etc...: de 1 – 100 mGal.



Radial component of gravity: g_r (mgal)

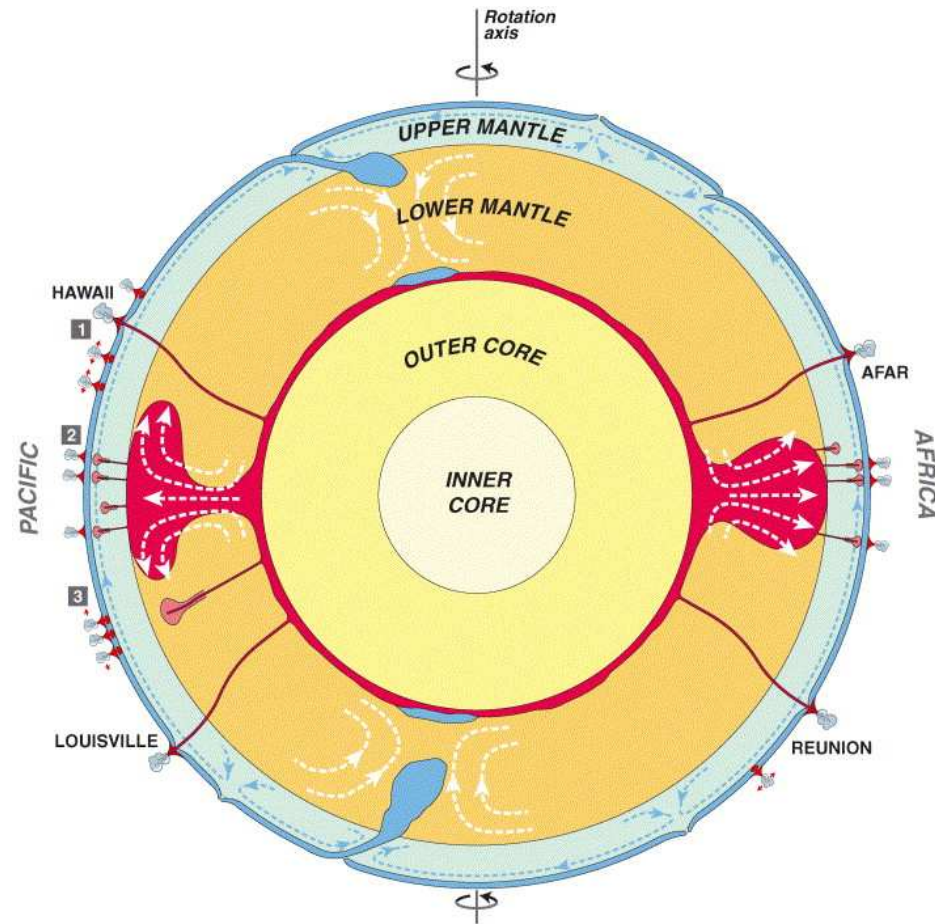
Perturbation de la gravité par rapport à l'ellipsoïde de référence.

Anomalies de masse dans le manteau et Géoïde



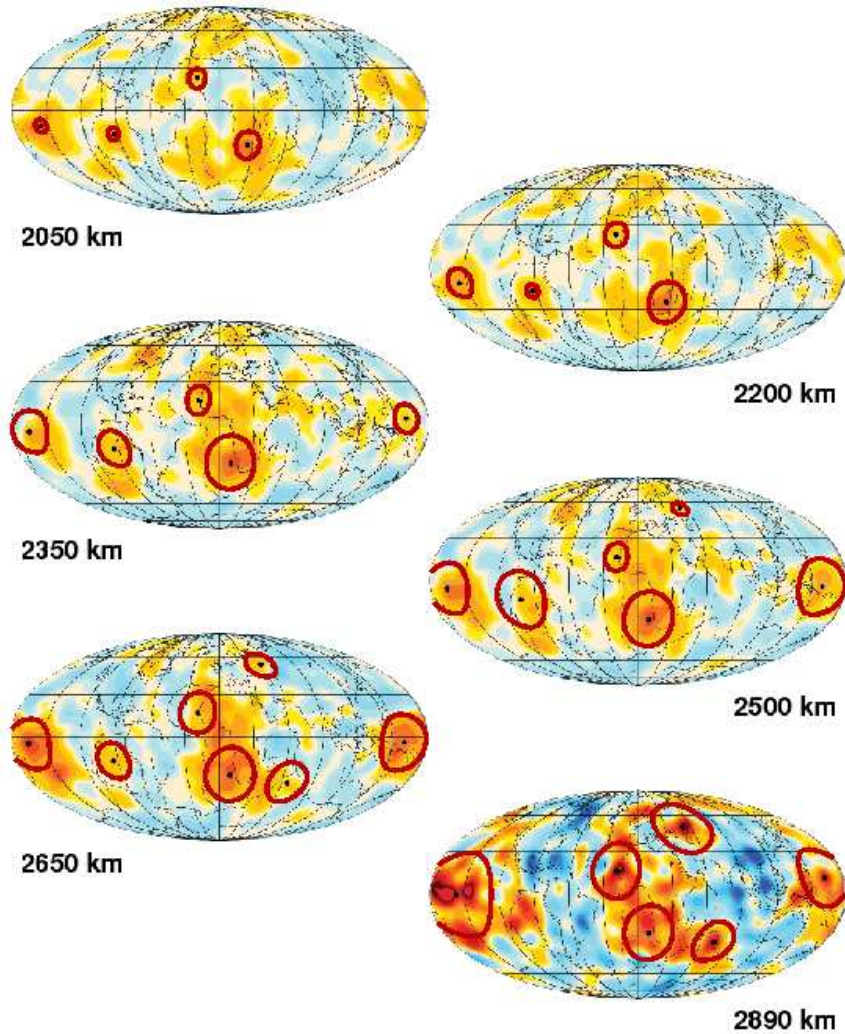
⇒ Le géoïde dépend de la profondeur et de la taille de la source et de la viscosité du manteau.

Anomalies de masse dans le manteau



d'après [Courtilot et al., 2003]

Domes



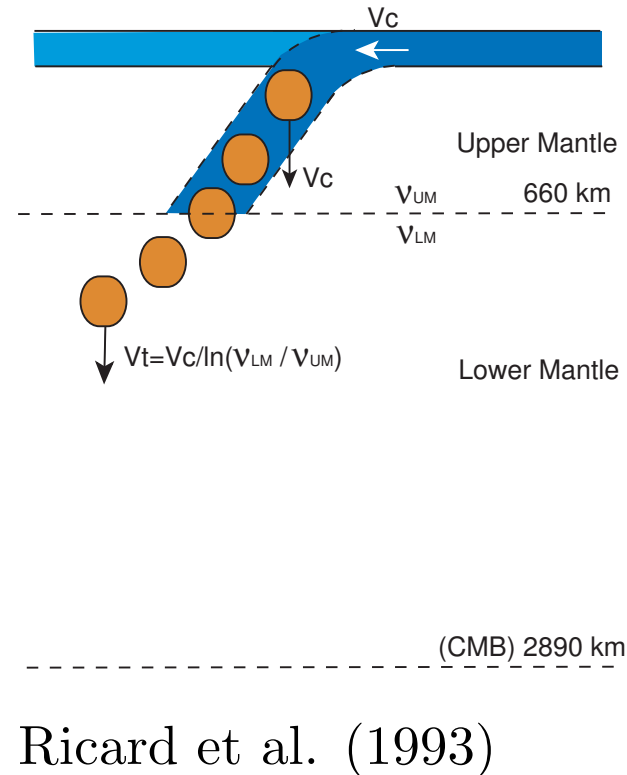
- Géométrie des anomalies de masse modélisée à partir de la tomographie du manteau inférieur.

- Contraste de densité avec le manteau environnant: -50 kg/m^3

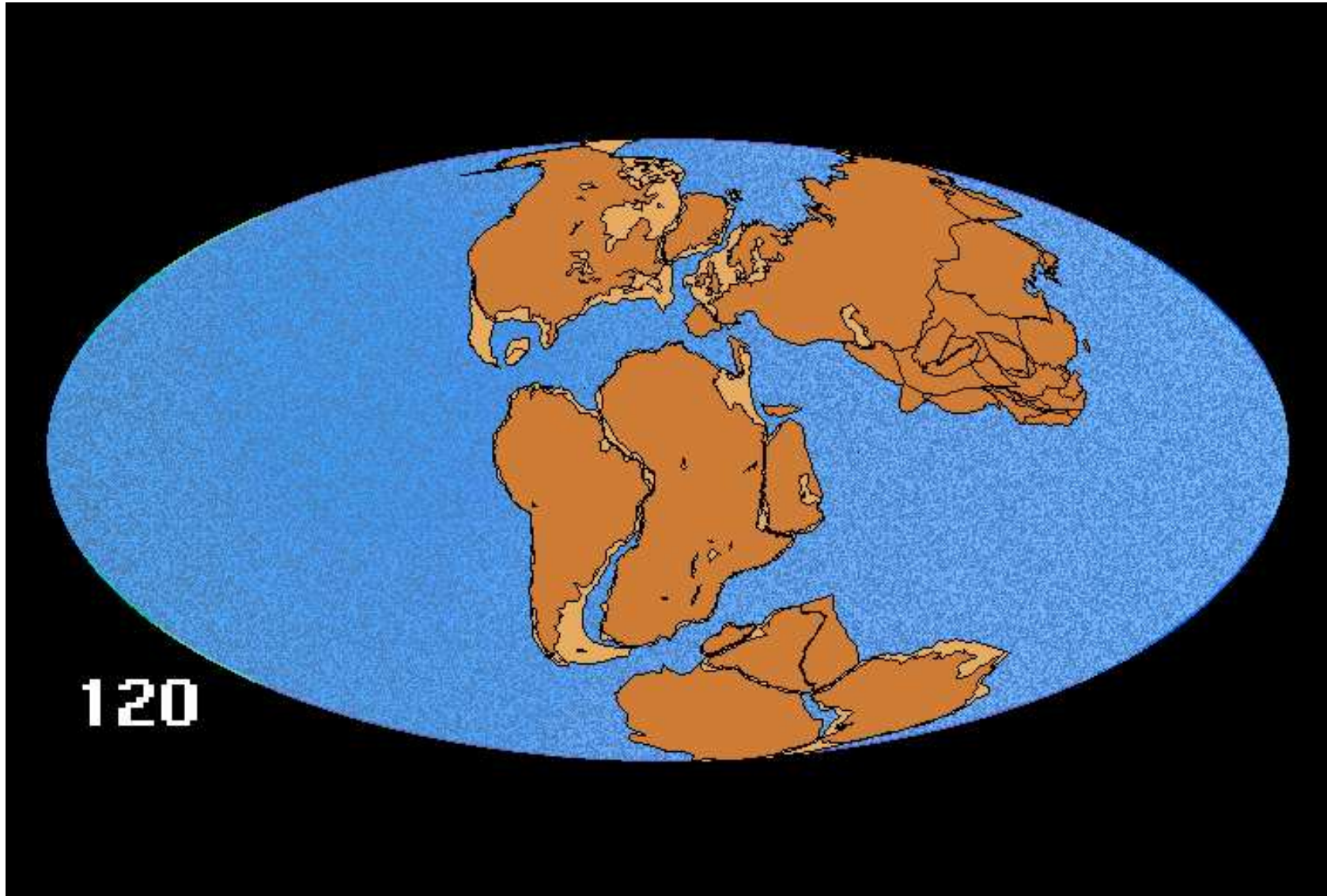
from Mégnin and Romanowicz (2000)

Anomalie de masse associées aux plaques qui plongent dans le manteau

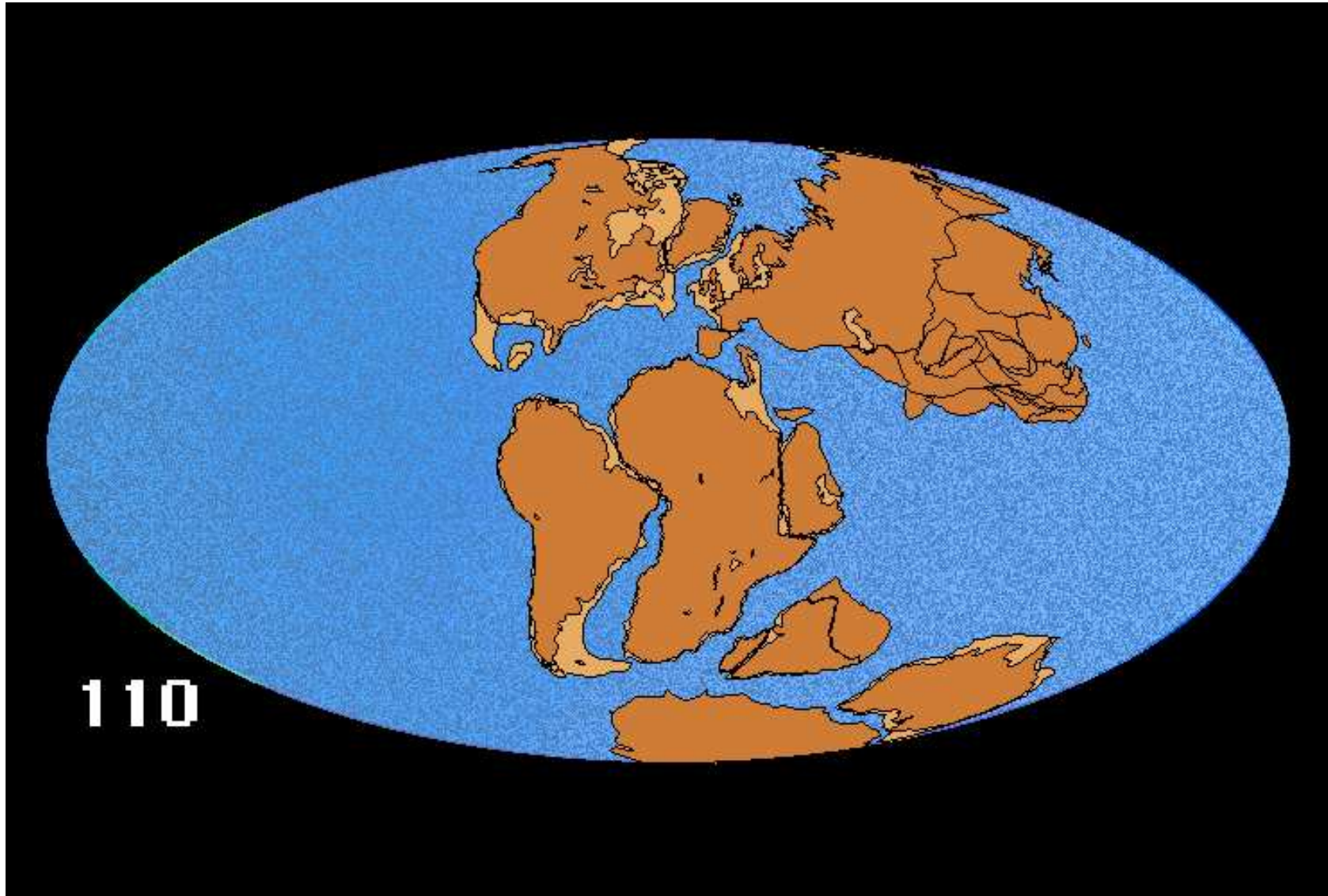
- Plaques modélisées comme des slabs qui plongent verticalement dans le manteau.
- Quand ils atteignent la discontinuité 670 km de profondeur, ils sont ralentis par un facteur fonction du rapport entre la viscosité du manteau supérieur et inférieur
⇒ Temps caractéristique mis par une plaque pour traverser tout le manteau: ~ 120 Myrs.



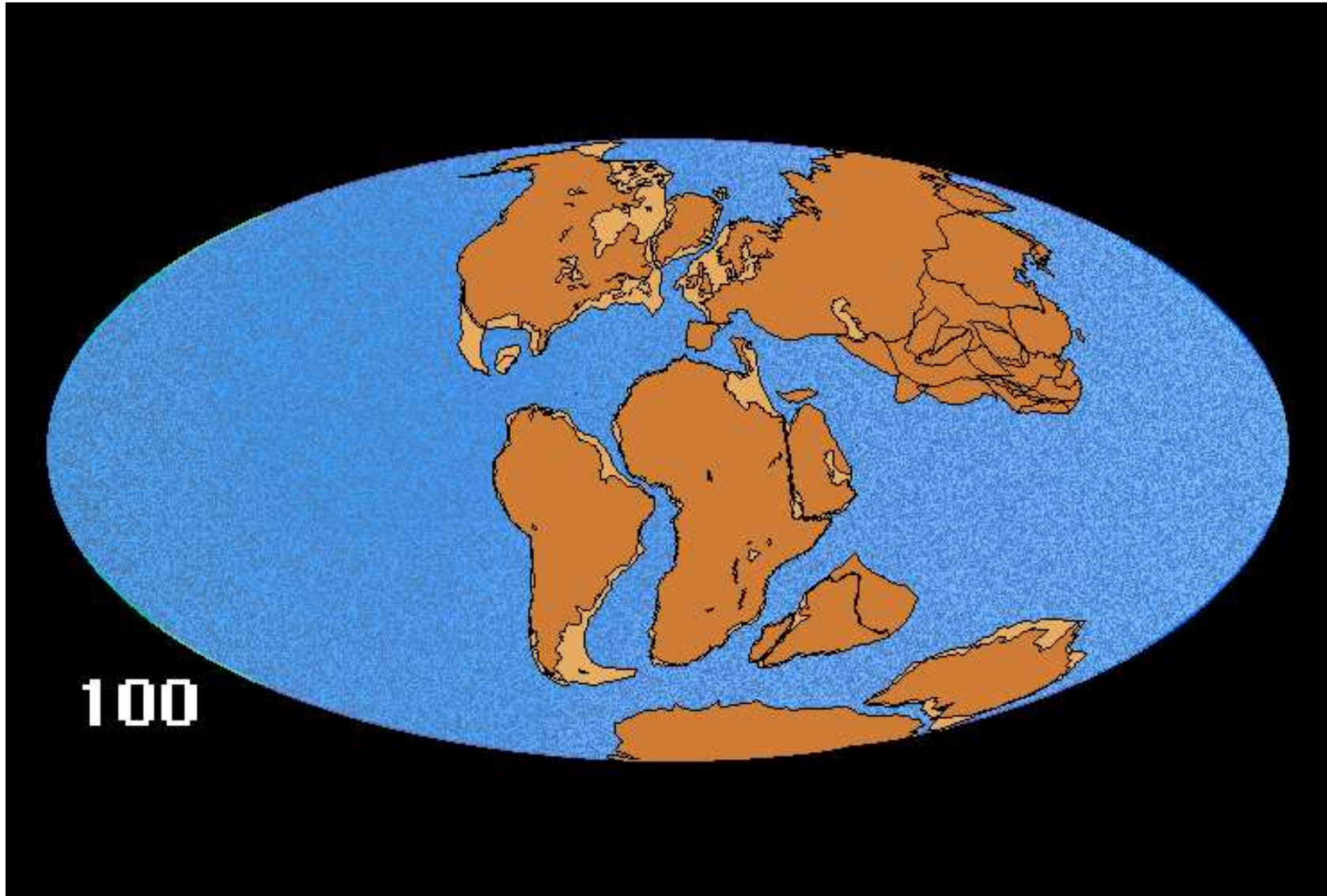
⇒ On doit connaître la position des zones de subduction et la vitesse des plaques en surface depuis 120 Ma



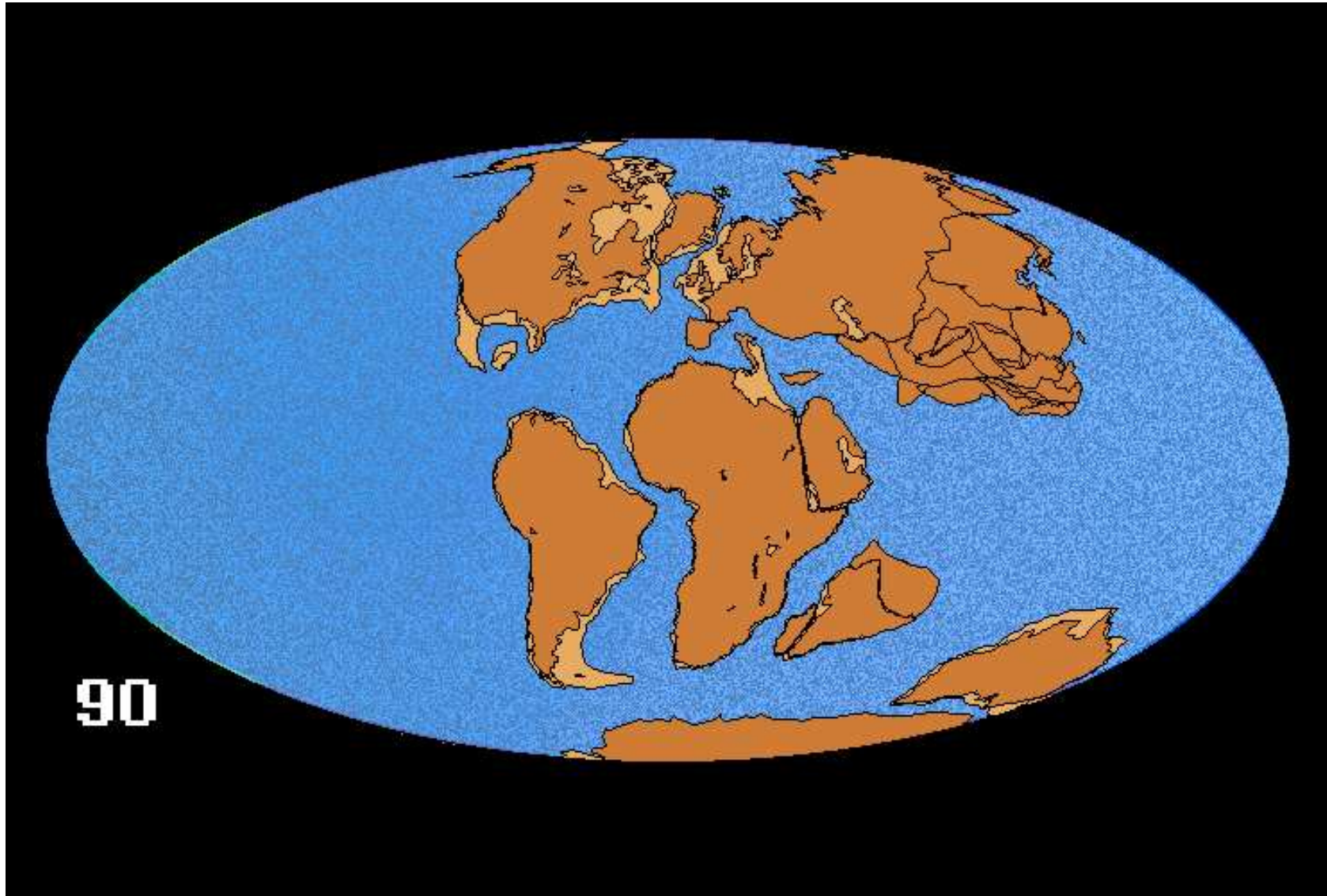
Jean Besse - IGP



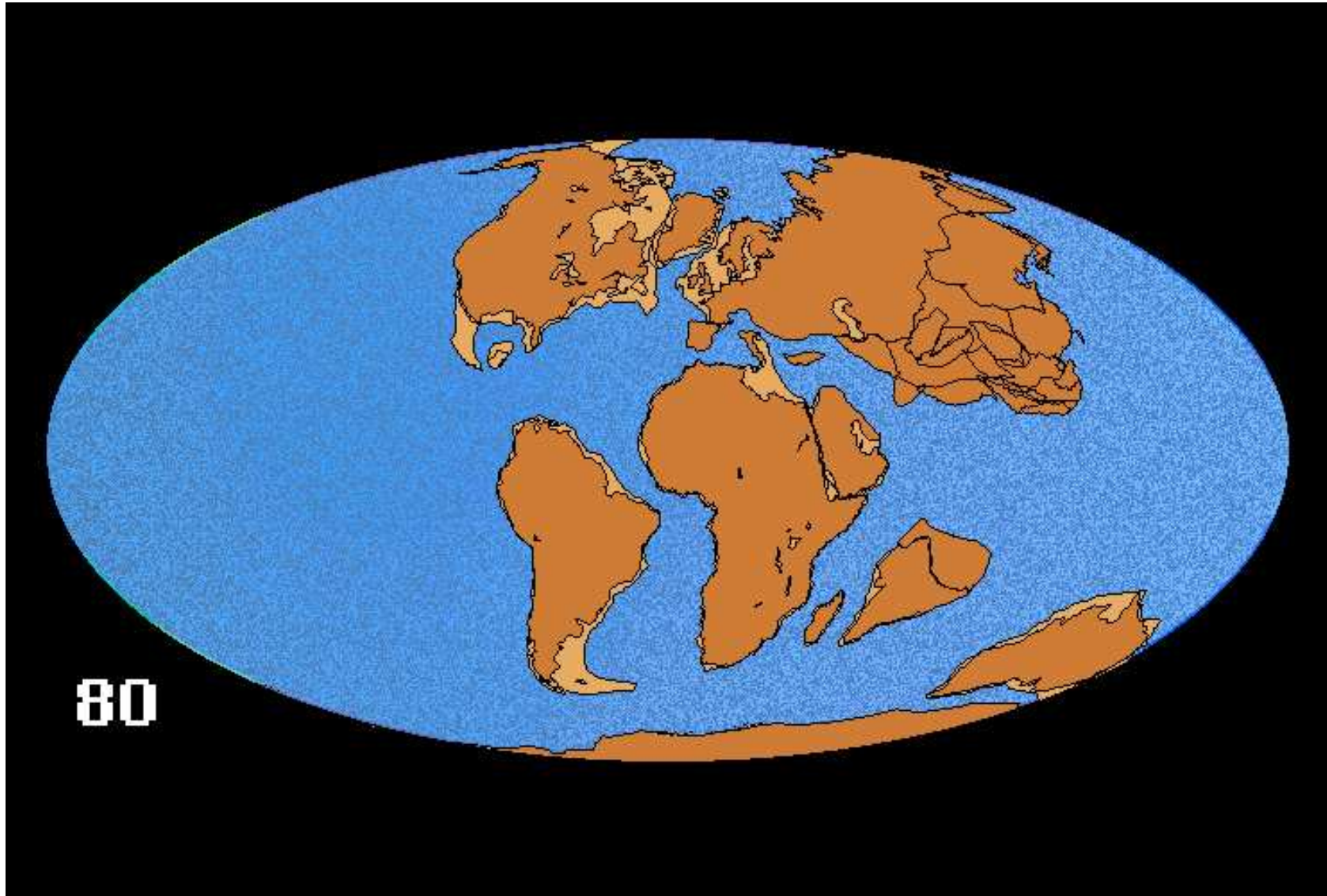
Jean Besse - IGP



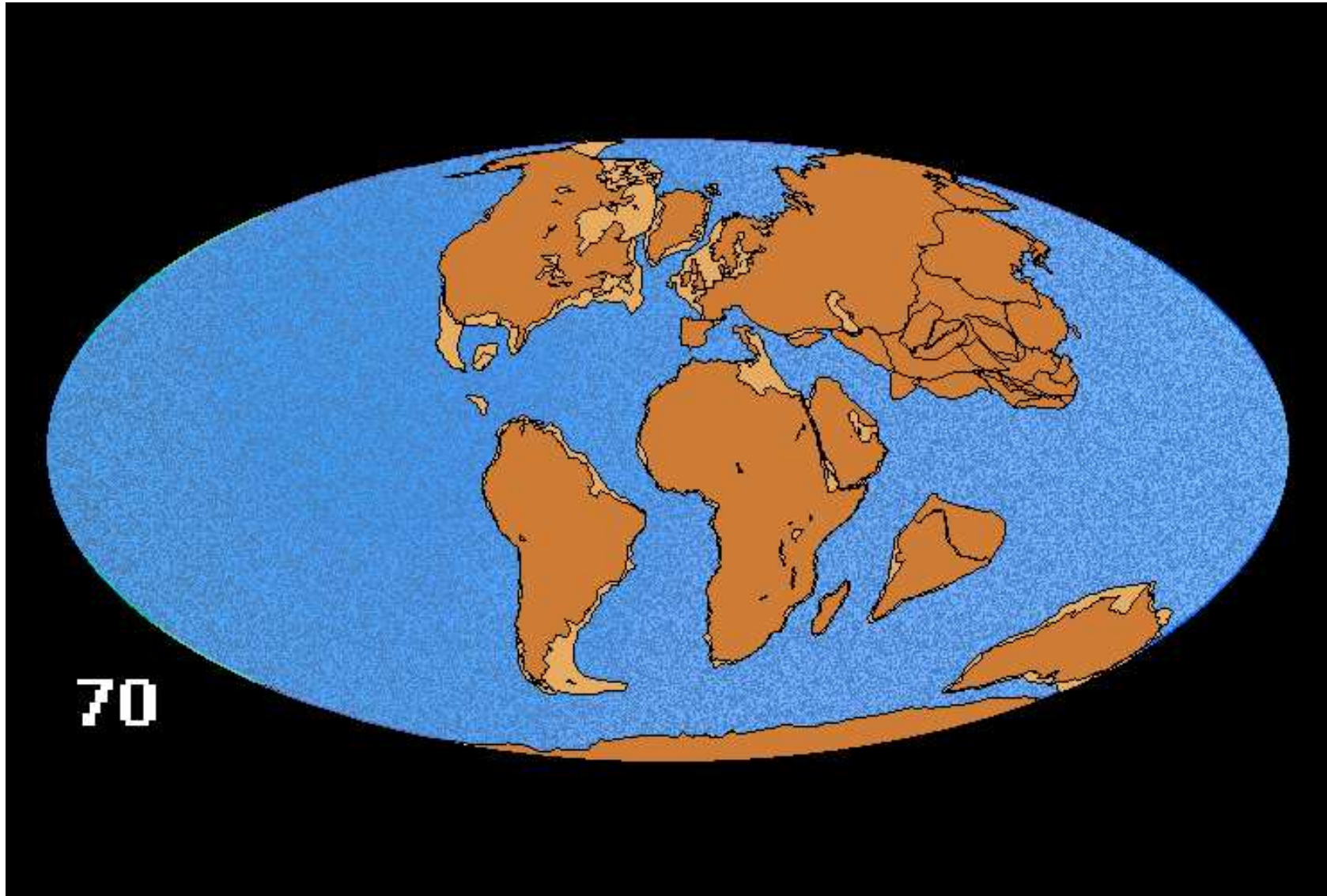
Jean Besse - IGP



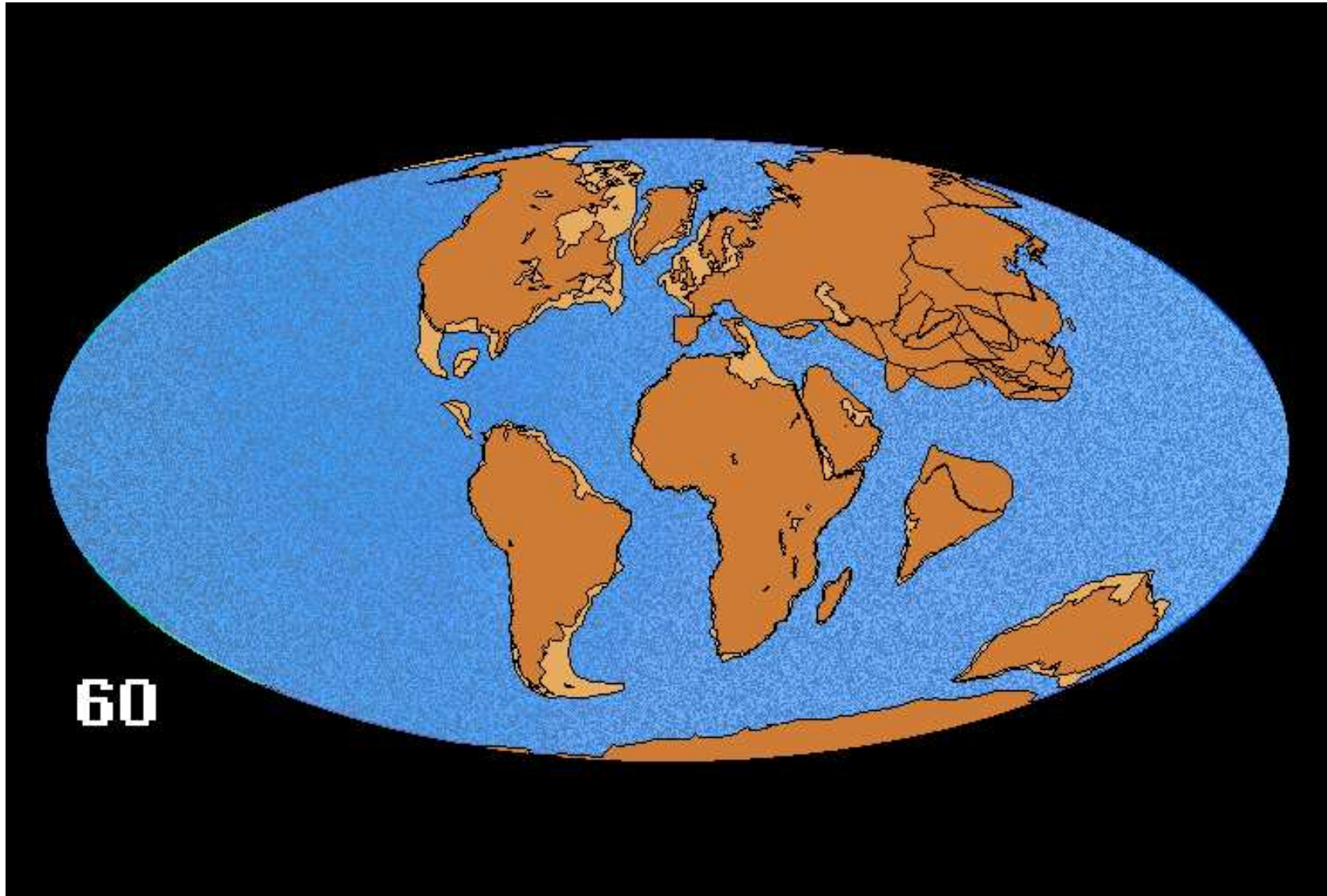
Jean Besse - IPGP



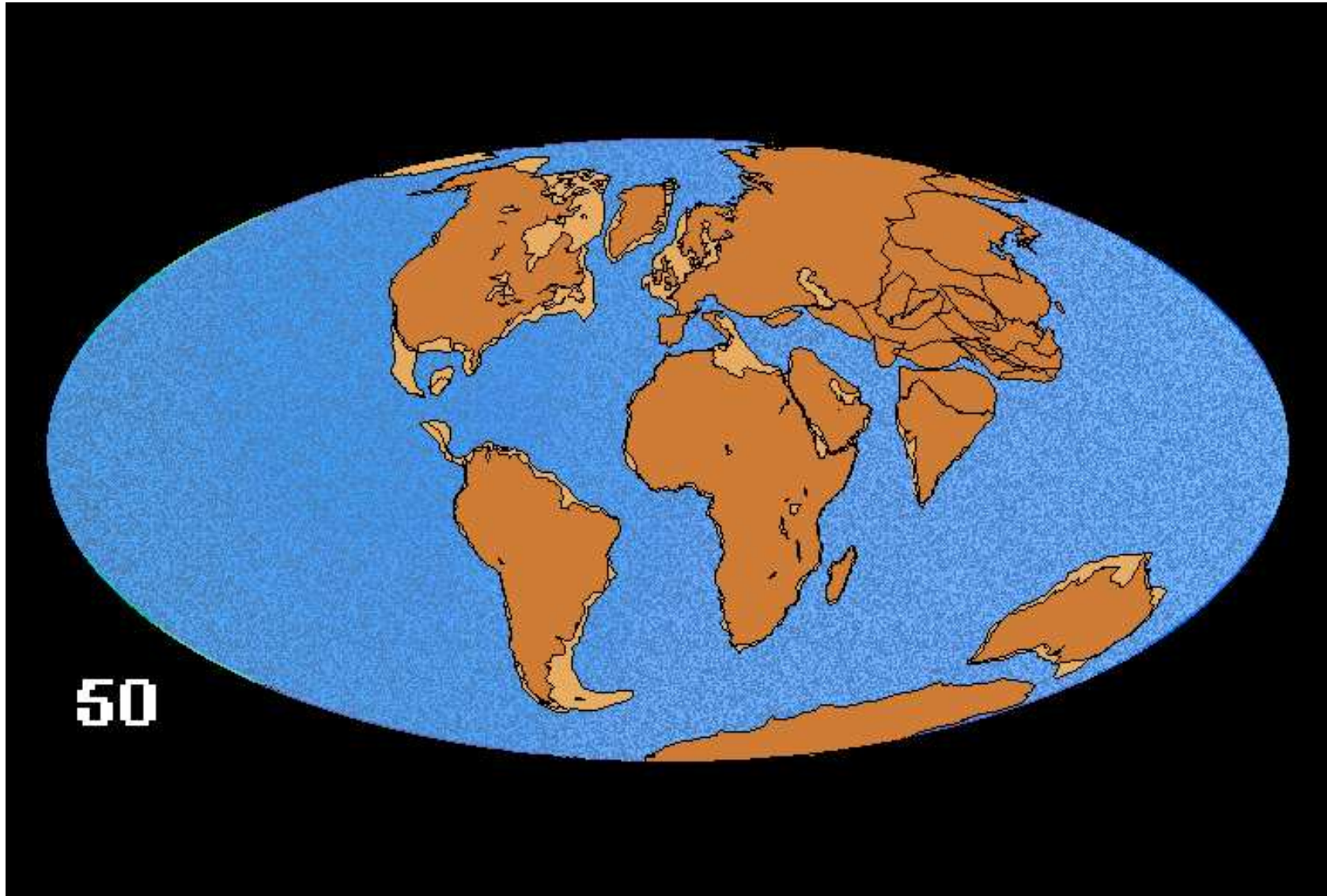
Jean Besse - IGP



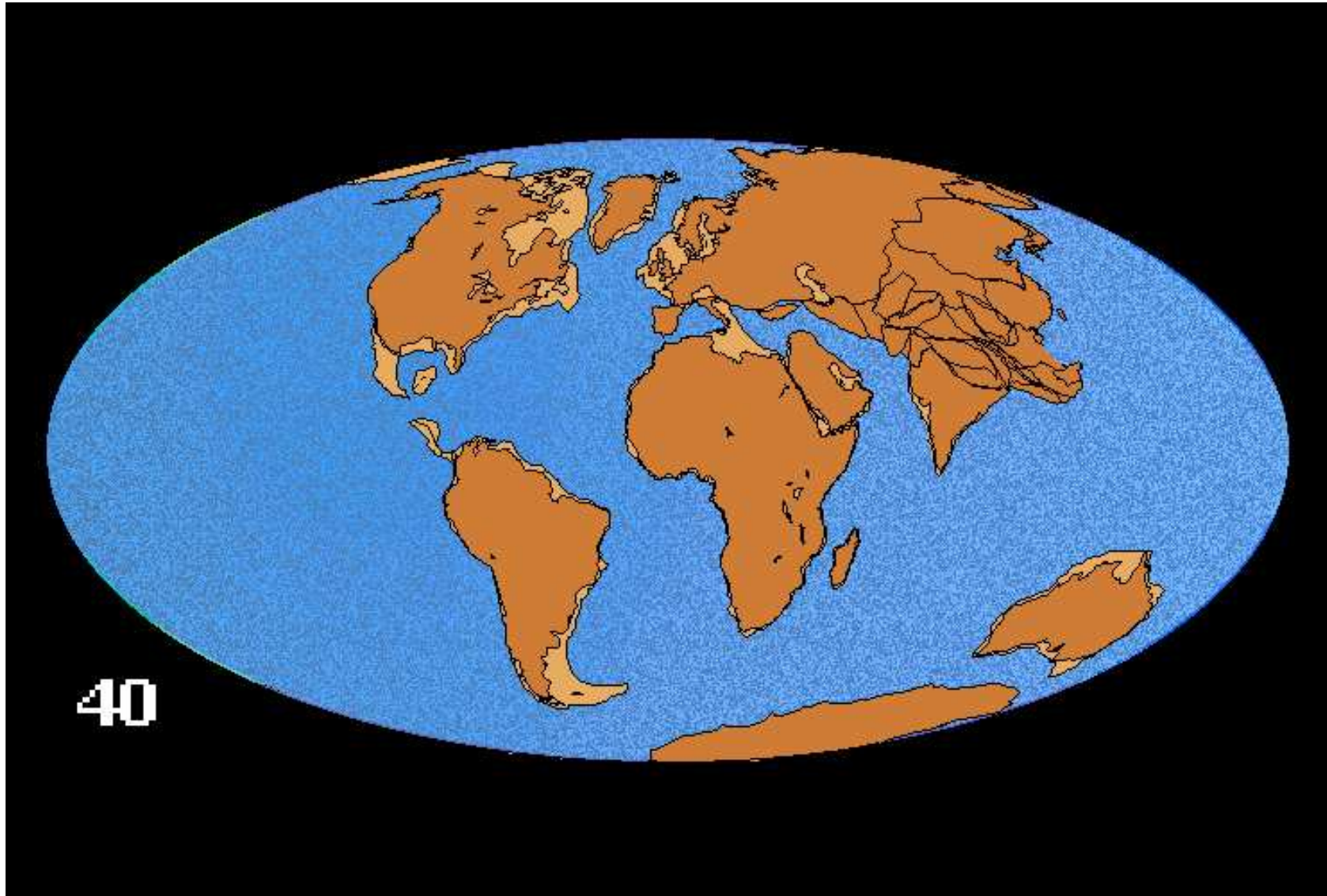
Jean Besse - IPGP



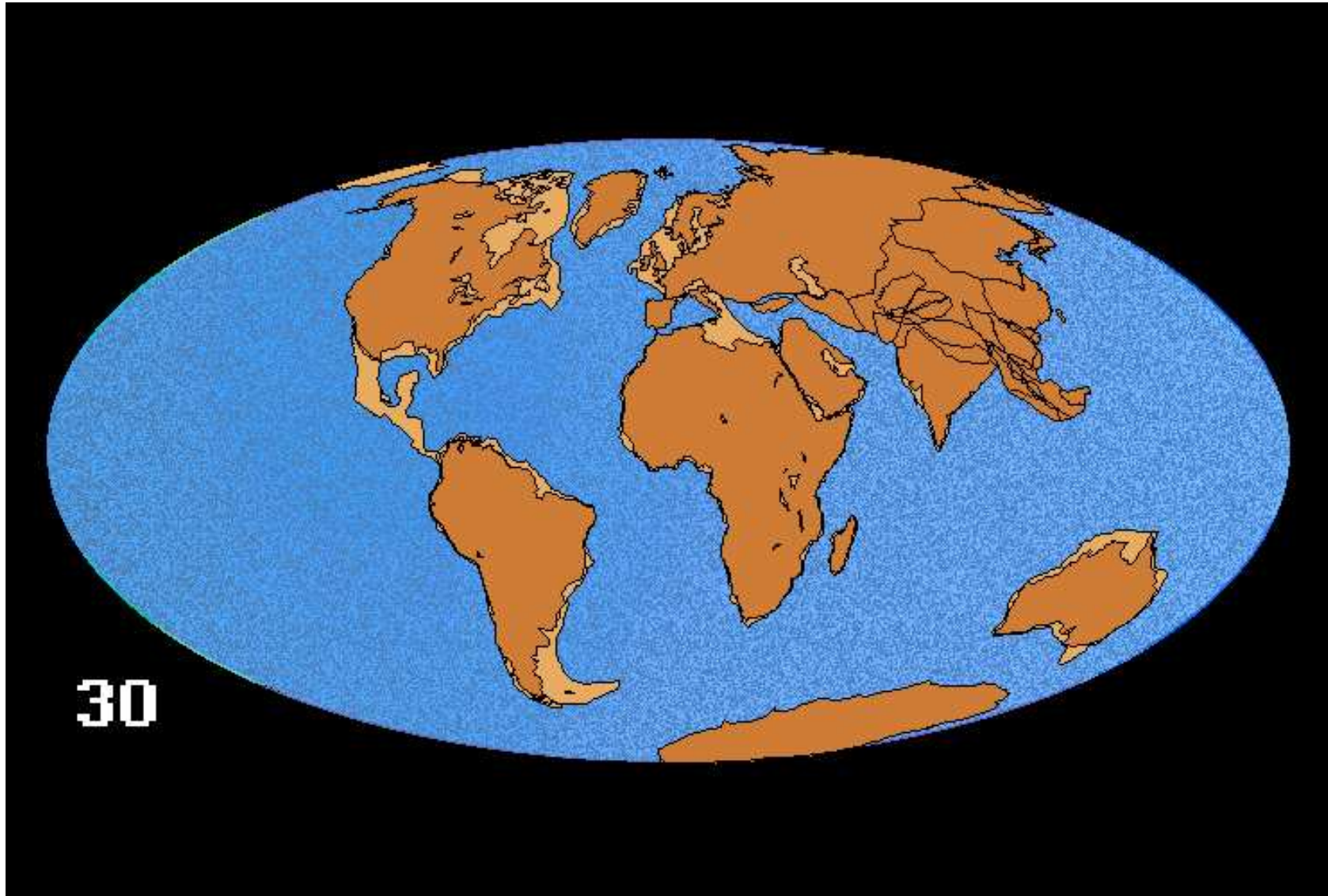
Jean Besse - IGP



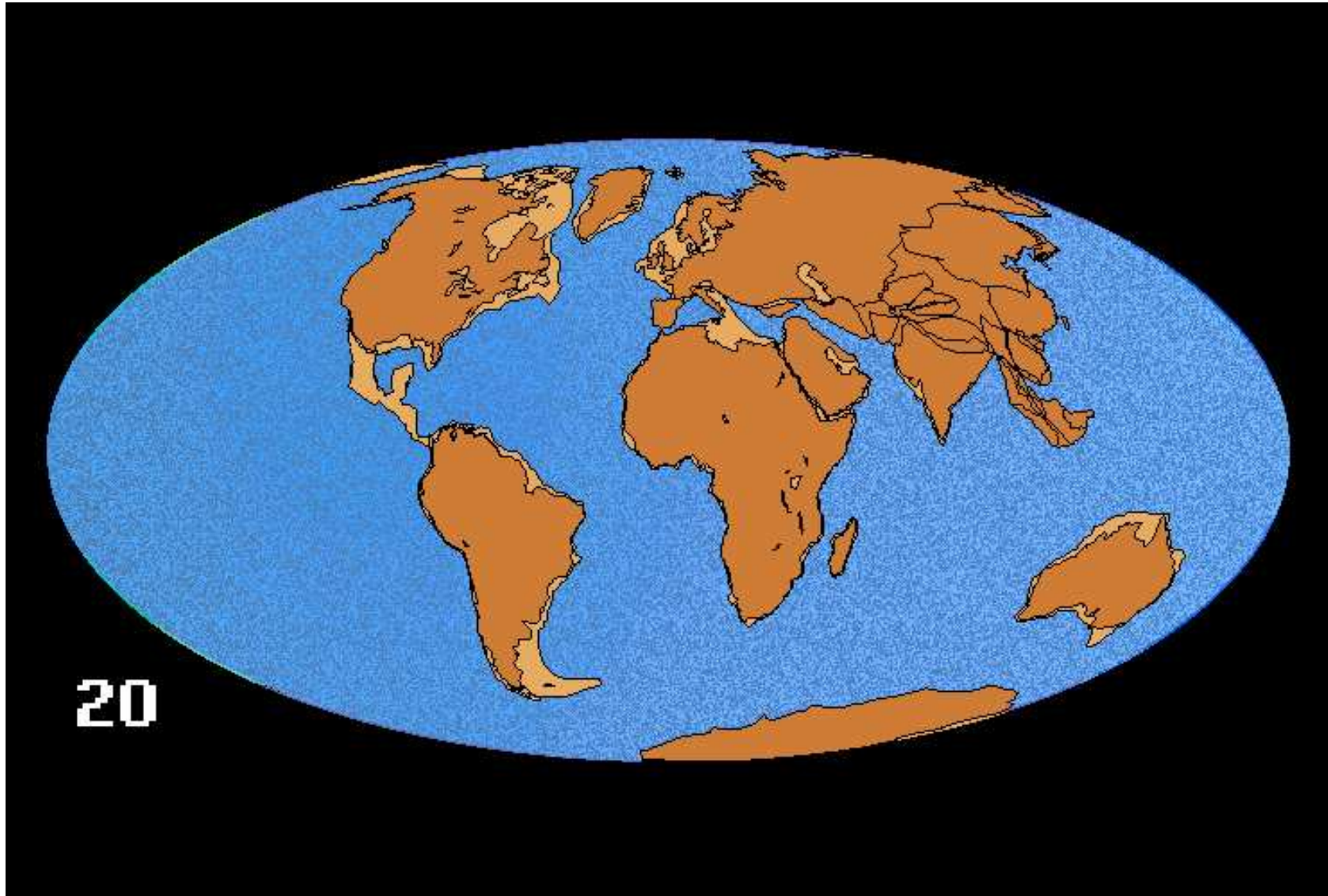
Jean Besse - IGP



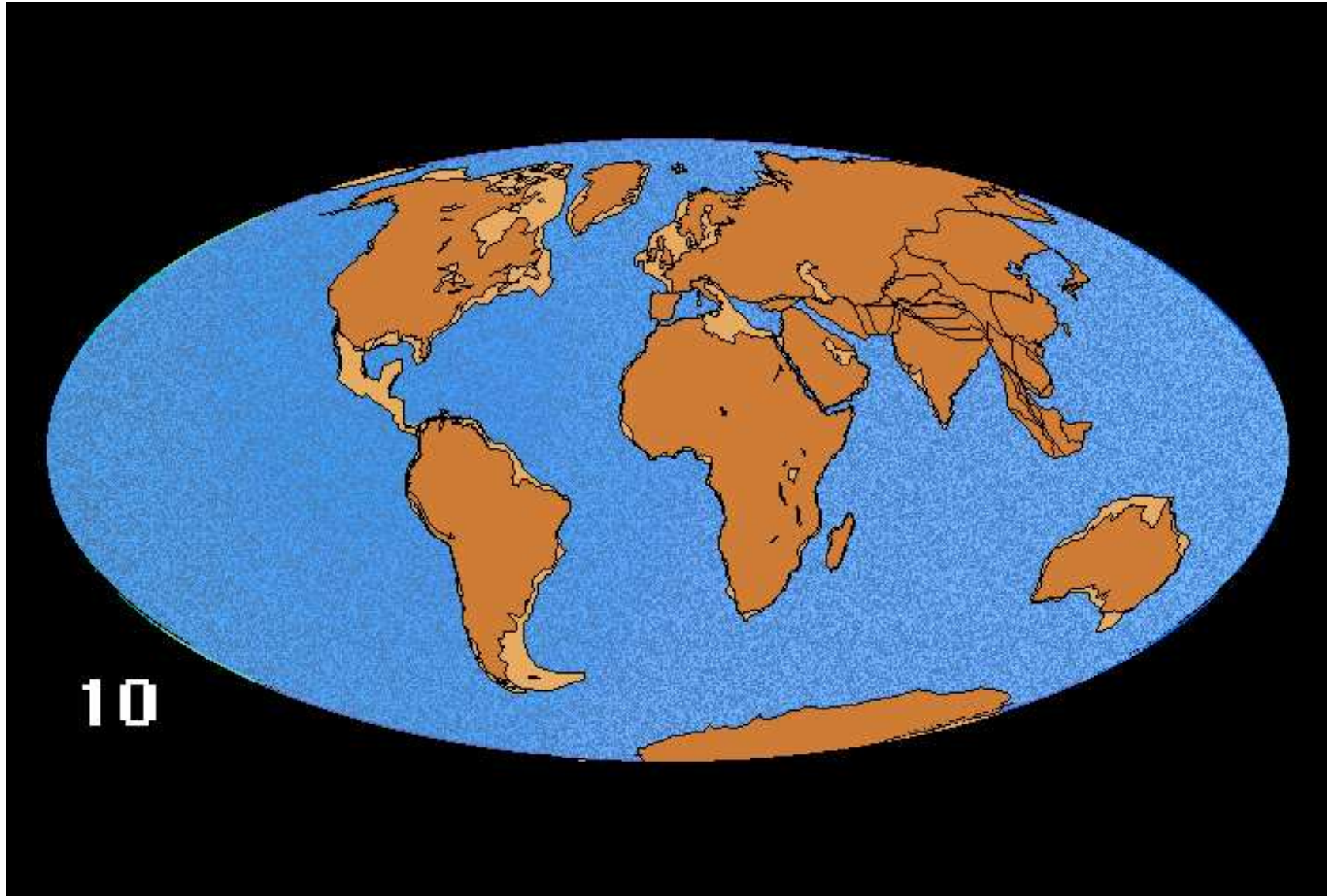
Jean Besse - IGP



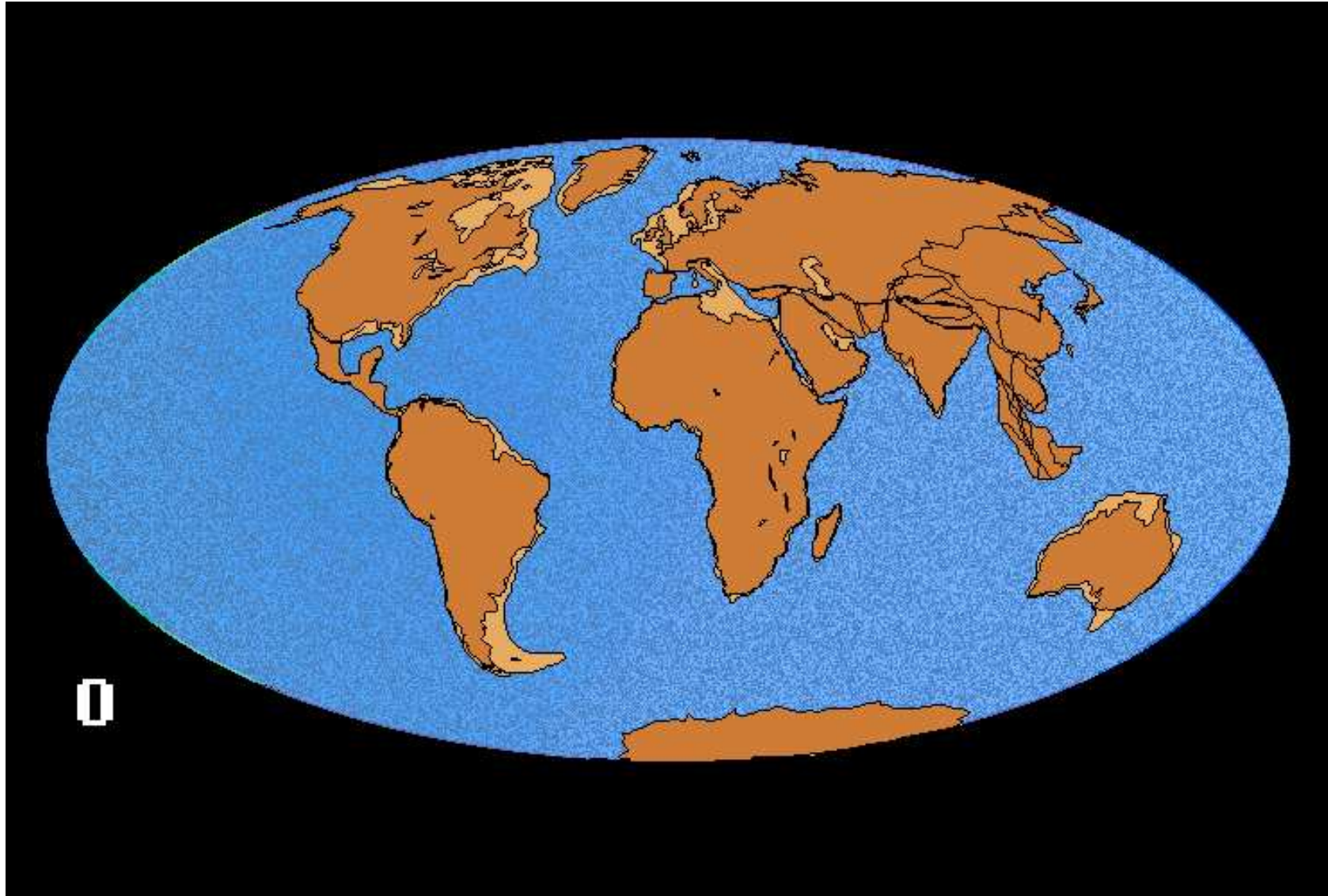
Jean Besse - IPGP



Jean Besse - IGP



Jean Besse - IGP

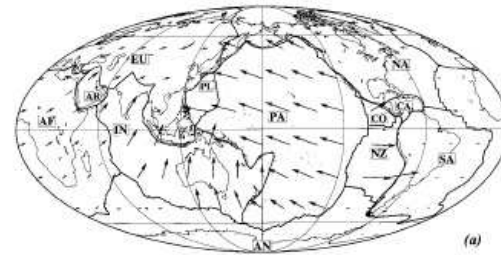


Jean Besse - IGP

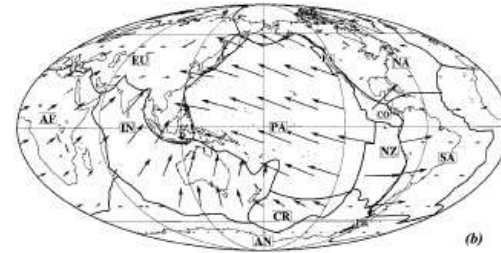
Subductions

[Lithgow-Bertelloni, C., Richards, M., 1998. *The dynamics of cenozoic and mesozoic plate motions. Rev. Geophys.* 36, 27-78.]

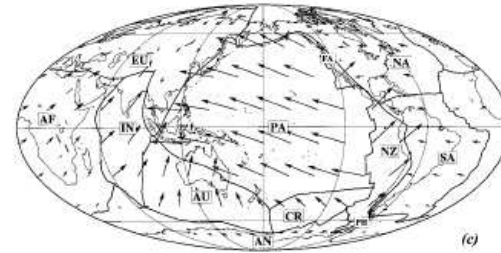
● $0 < t < 10$ Ma



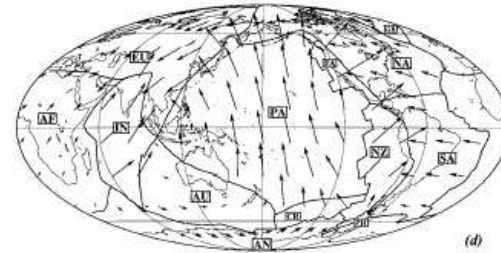
● $10 < t < 25$ Ma



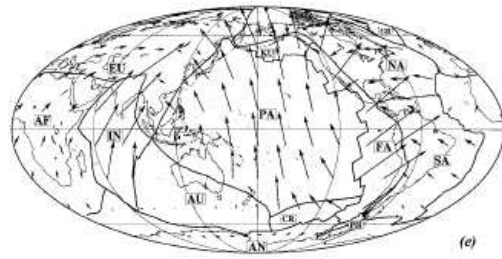
● $25 < t < 43$ Ma



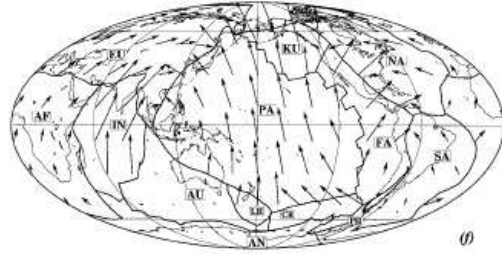
● $43 < t < 48$ Ma



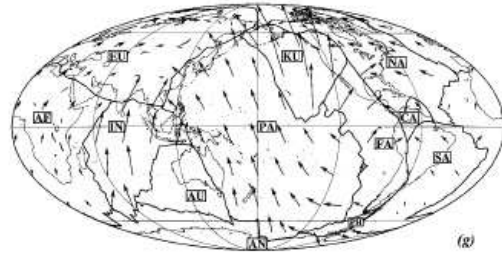
• $48 < t < 56$ Ma



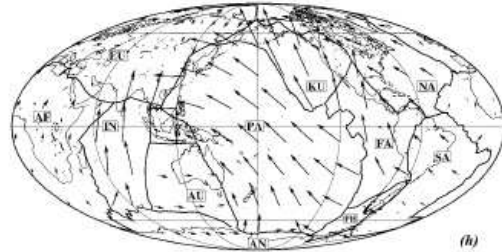
• $56 < t < 64$ Ma



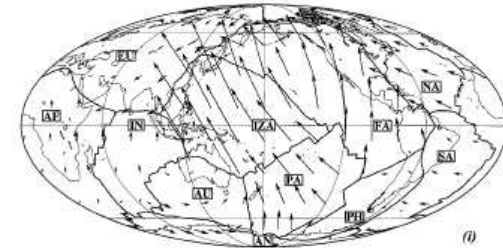
• $64 < t < 74$ Ma



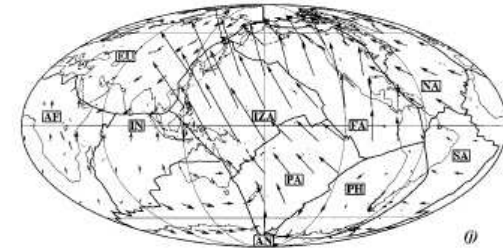
• $74 < t < 84$ Ma



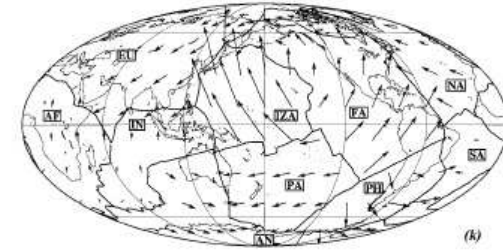
• $84 < t < 94$ Ma



• $94 < t < 100$ Ma

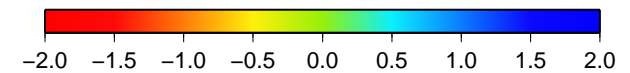
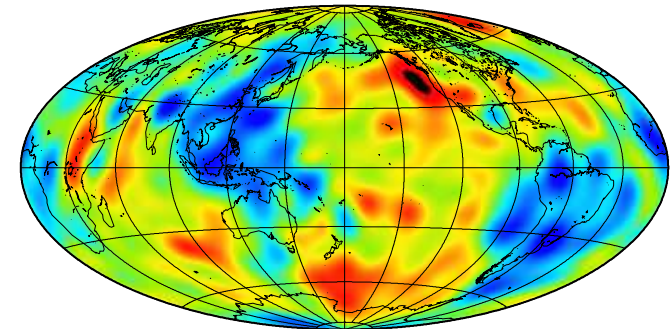
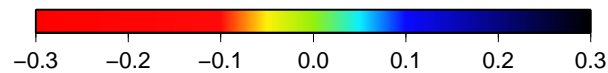
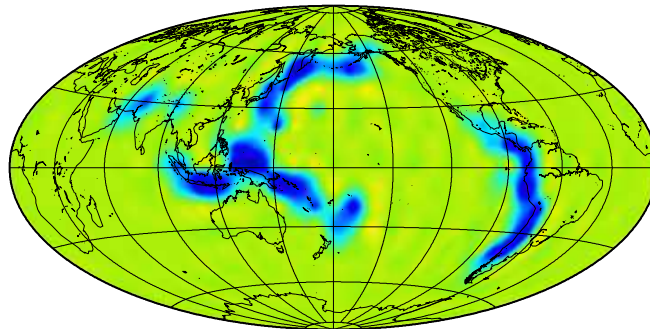


• $100 < t < 120$ Ma

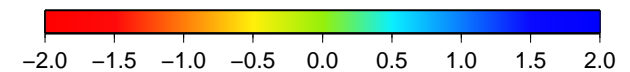
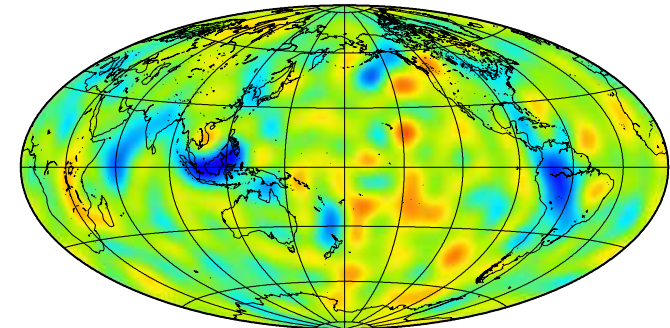
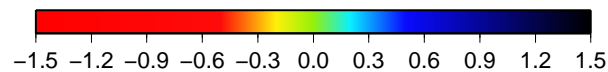
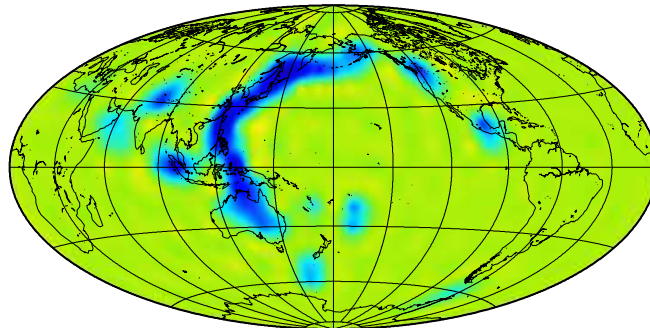


Comparaison des anomalies de masse dans le manteau $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ aux observations tomographiques des ondes de cisaillement $\frac{\Delta V_S}{V_S}$

$z=500$ km



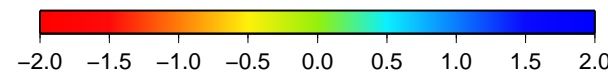
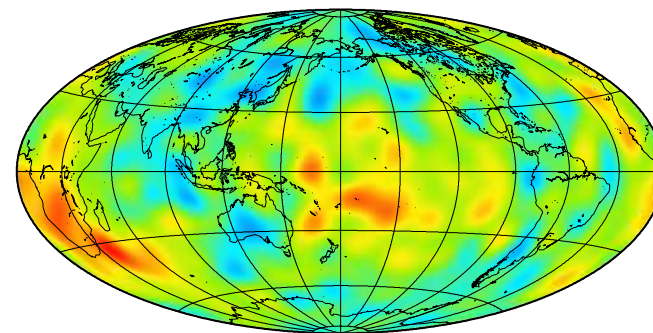
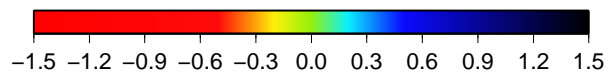
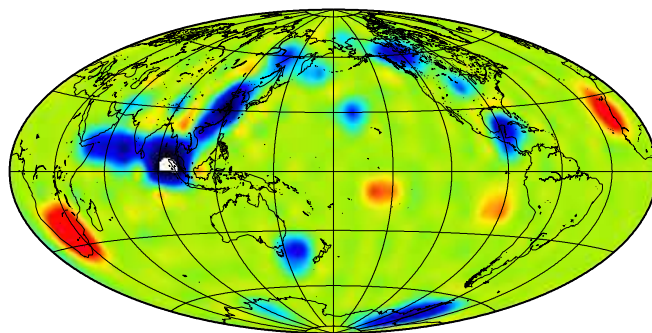
$z=1000$ km



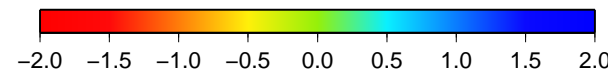
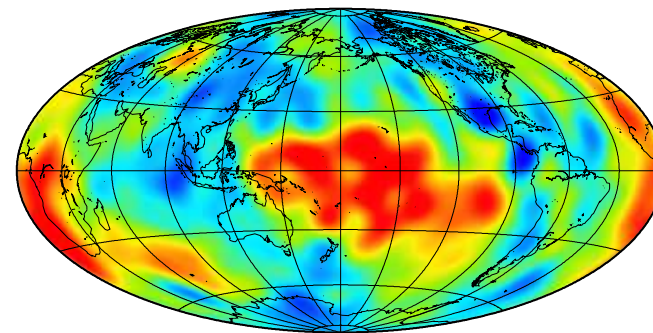
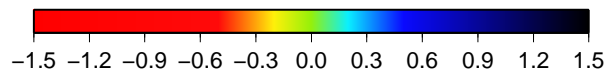
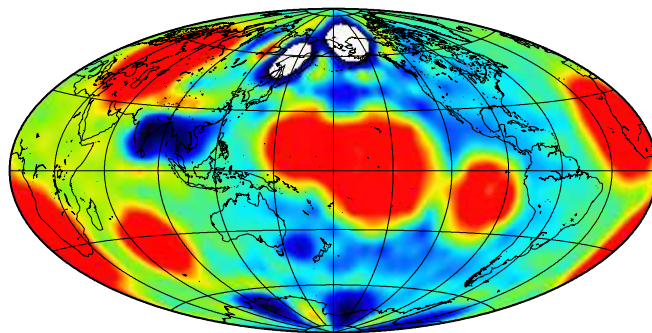
$\Delta\rho/\rho$

$\Delta V_S/V_S$ [S20RTS]

$z=2000$ km



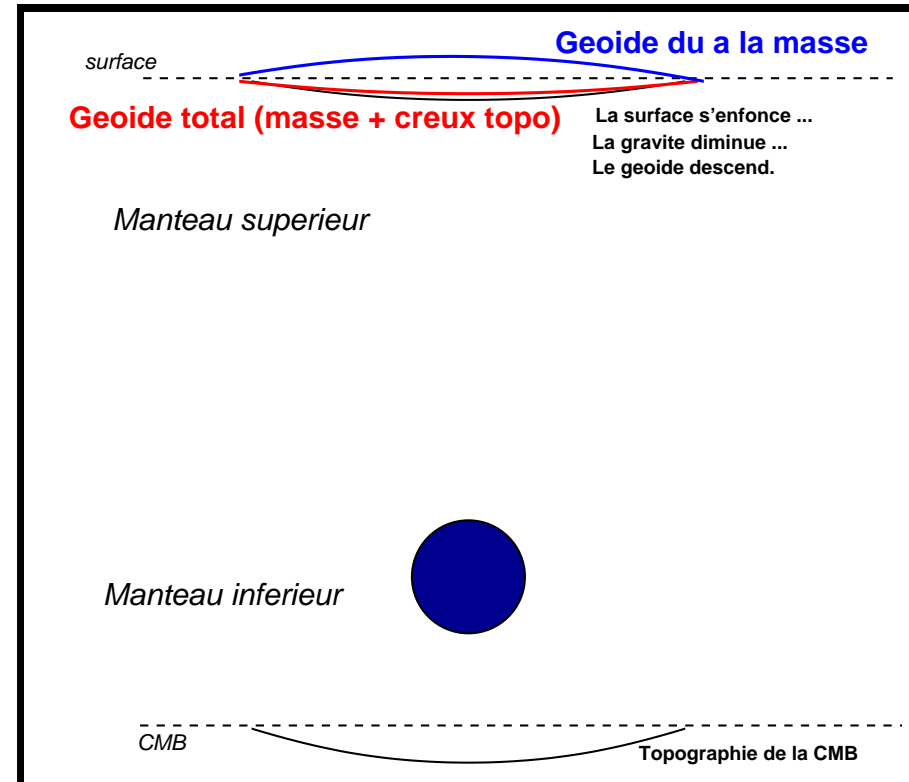
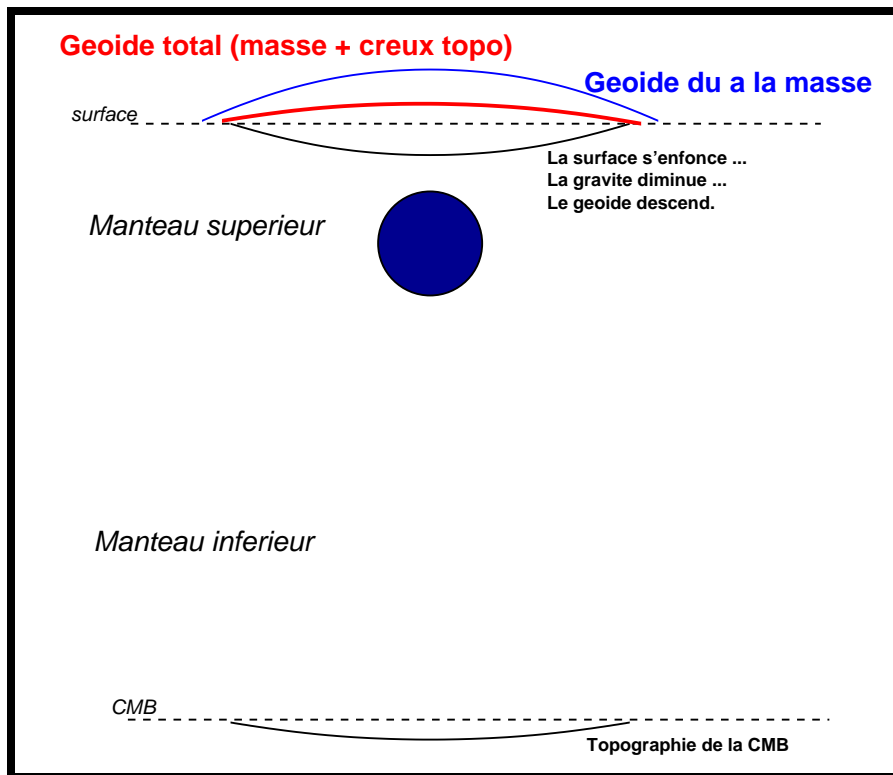
$z=2800$ km



$\Delta\rho/\rho$

$\Delta V_S/V_S$ [Ritsema and Heijst, 2000]

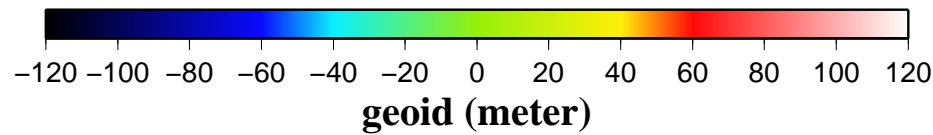
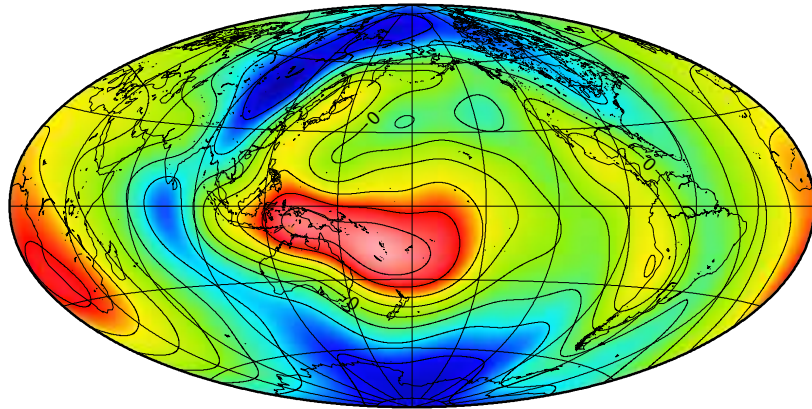
Anomalies de masse dans le manteau et Géoïde



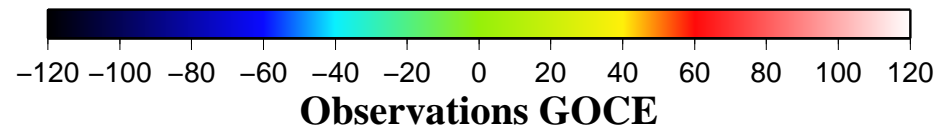
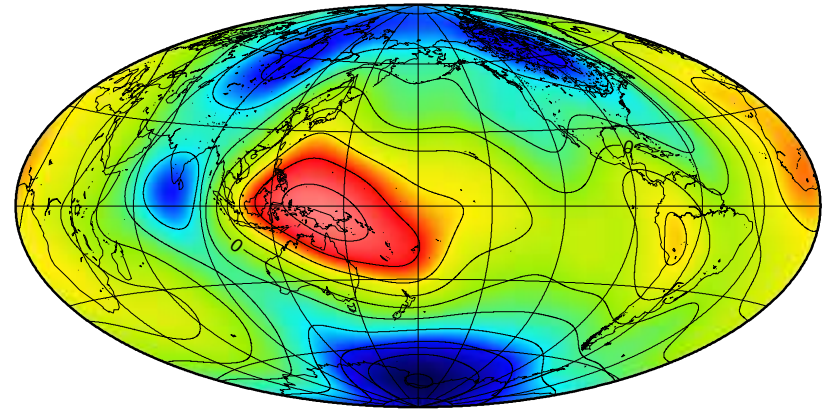
⇒ Le géoïde dépend de la profondeur et de la taille de la source et de la viscosité du manteau.

Geoide actuel

Geoide calculé



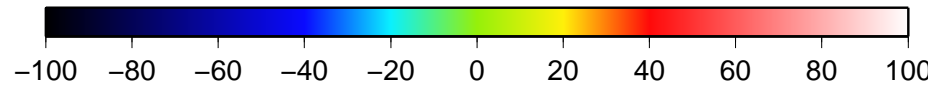
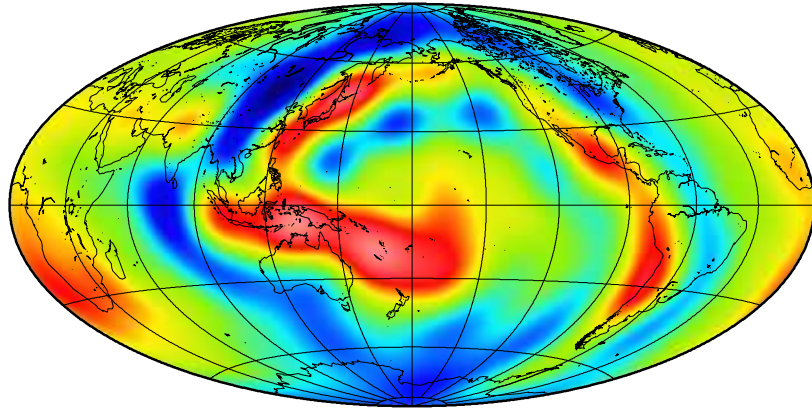
Geoide observé



[ROUBY, GREFF AND BESSE, 2010]

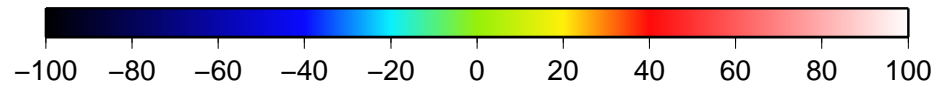
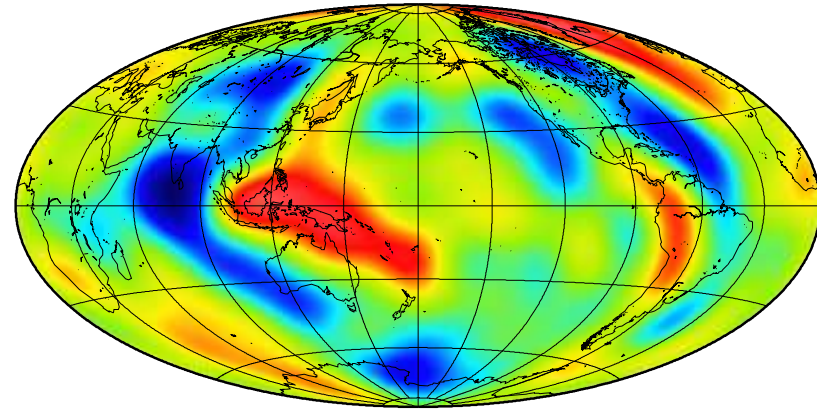
Gravité actuelle

Gravité calculée



Radial component of gravity: g_r (mgal)

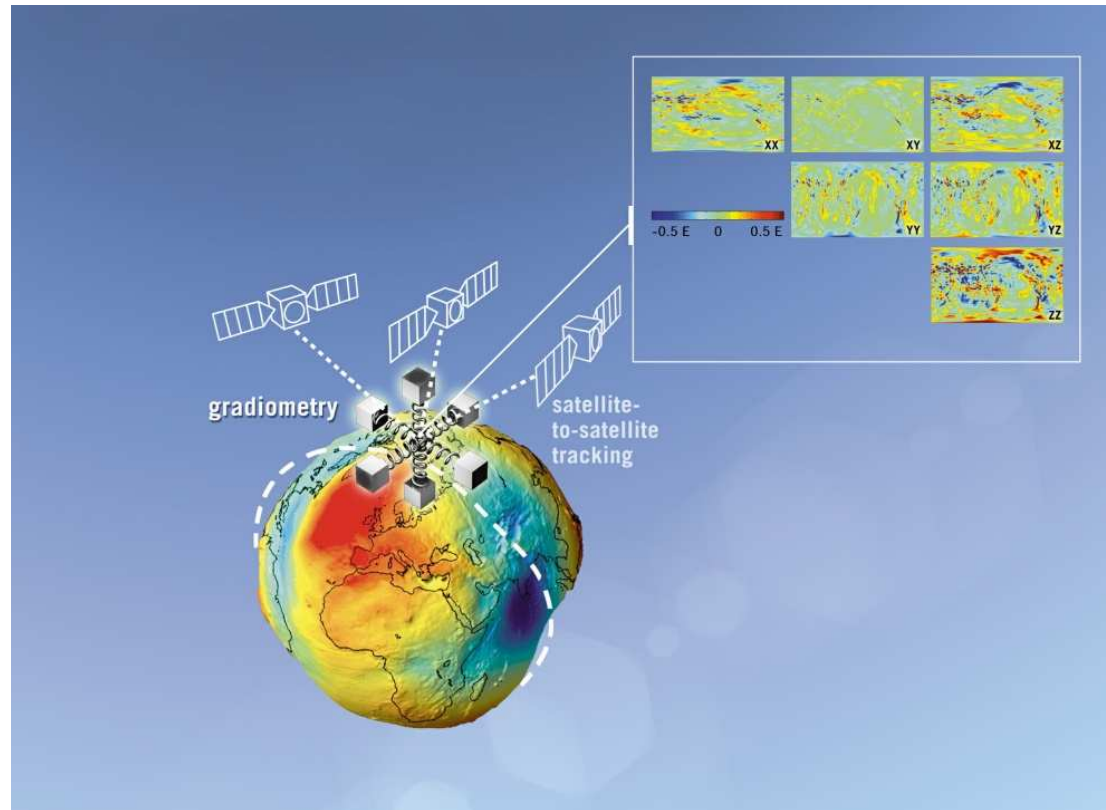
Gravité observée



Radial component of gravity: g_r (mgal)

[ROUBY, GREFF AND BESSE, 2010]

Gradients de gravité - Satellite GOCE

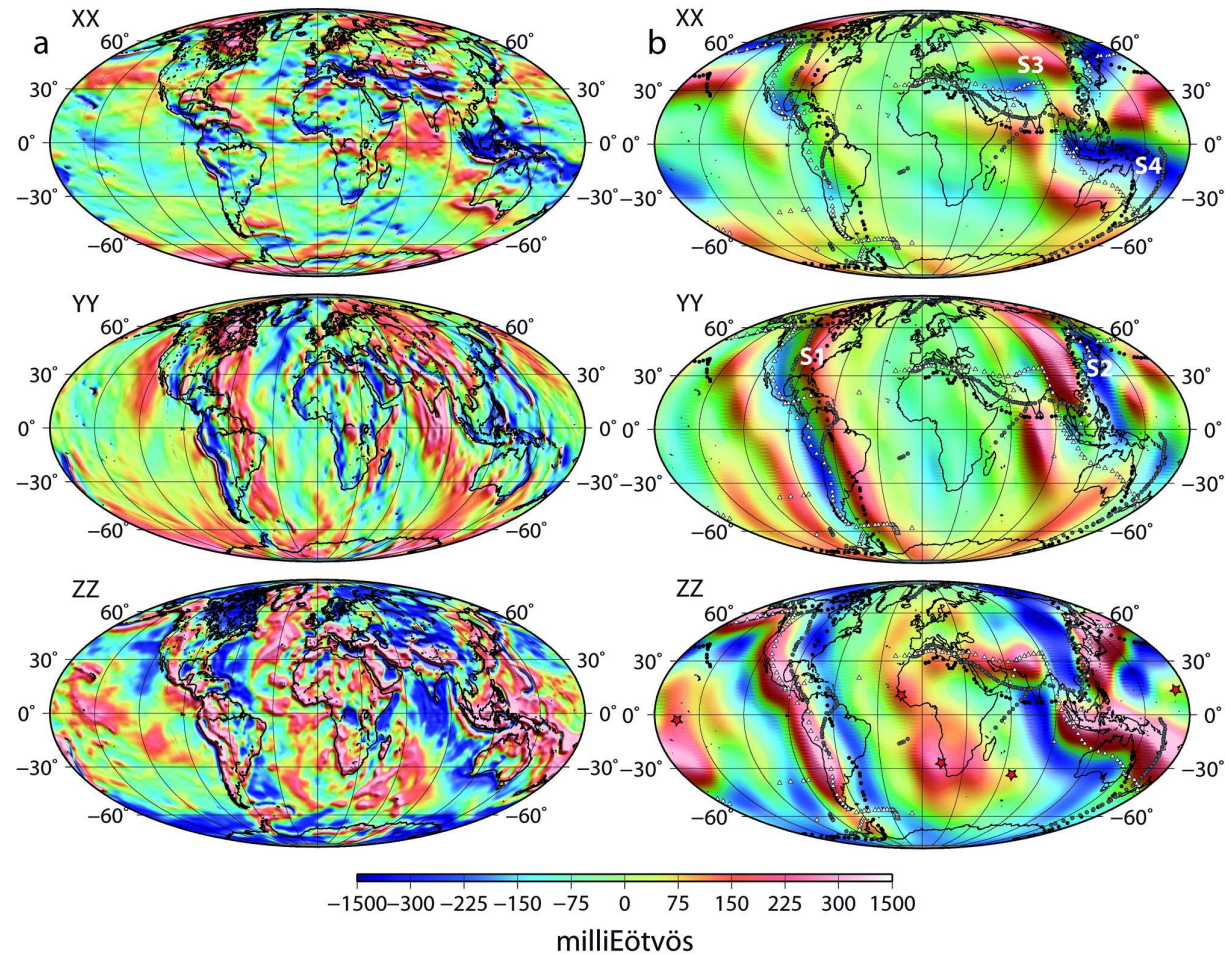


Satellite sur orbite basse (250 km) équipé d'accéléromètres et relié à des systèmes de positionnement.

Mesures de la variation des 3 composantes du vecteur gravité \vec{g} dans les 3 directions: $\vec{\nabla}\vec{g}$ a 9 composantes

Gradients de gravité

Global anomaly maps of the Earth's gravitational gradients at the satellite GOCE altitude



[PANET ET AL., 2014]

CONCLUSION: Champ de pesanteur statique actuel

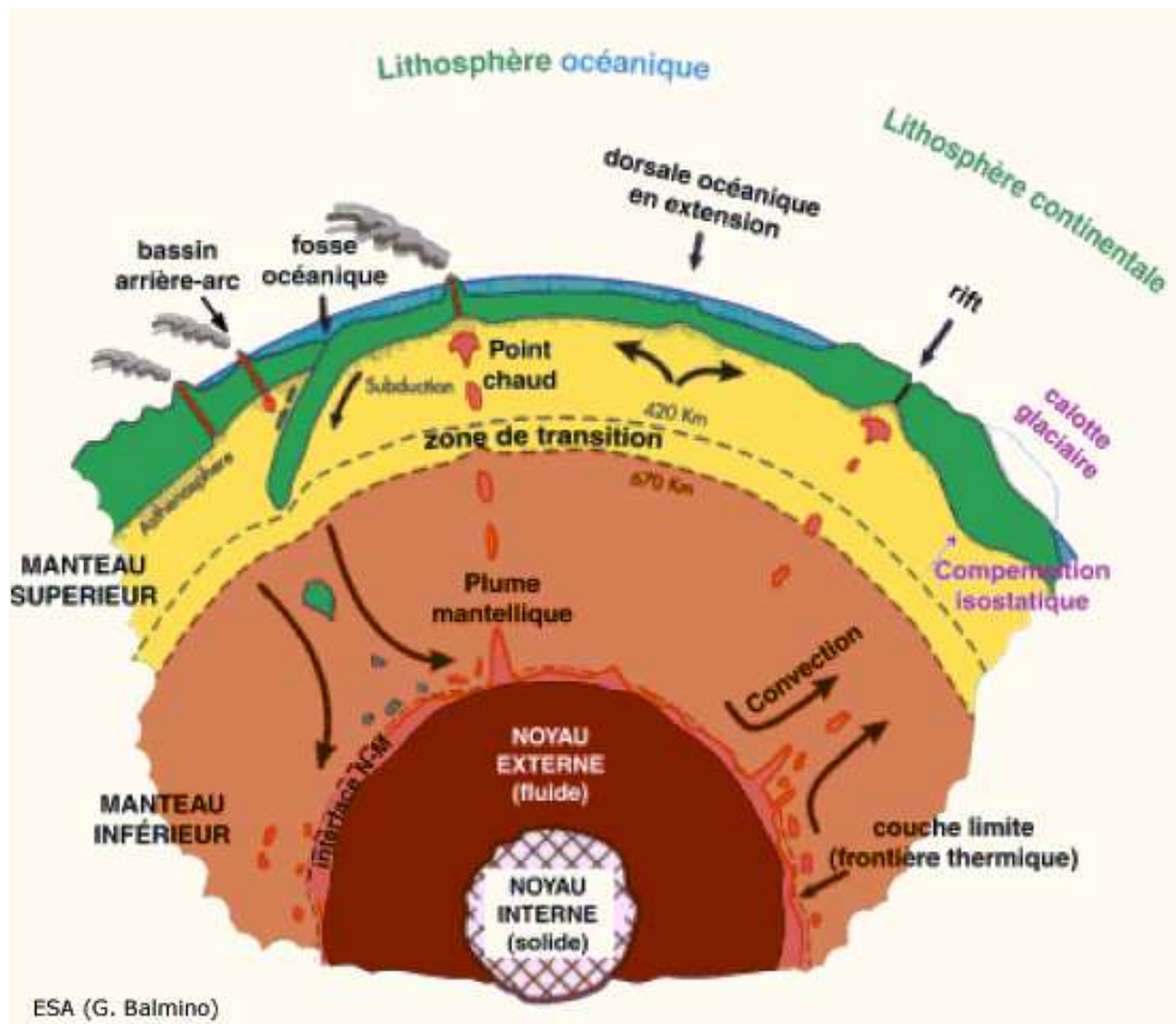
- un terme radial: $9.81 \text{ m/s}^2 = 9.81 \times 10^5 \text{ mGal}$

+

- un terme ellipsoïdale: $0.05 \text{ m/s}^2 = 5000 \text{ mGal}$

+

- Variations dues aux hétérogénéités de densités dans le manteau: de 1 – 100 mGal.



Variations temporelles du champ de pesanteur

Sur quelle échelle de temps ?

- sur le milliard d'années: Terre fluide en rotation
⇒ ellipsoïde de révolution hydrostatique
- sur le million d'années: convection dans le manteau
⇒ geoïde "statique"

Variations temporelles du champ de pesanteur

Sur quelle échelle de temps ?

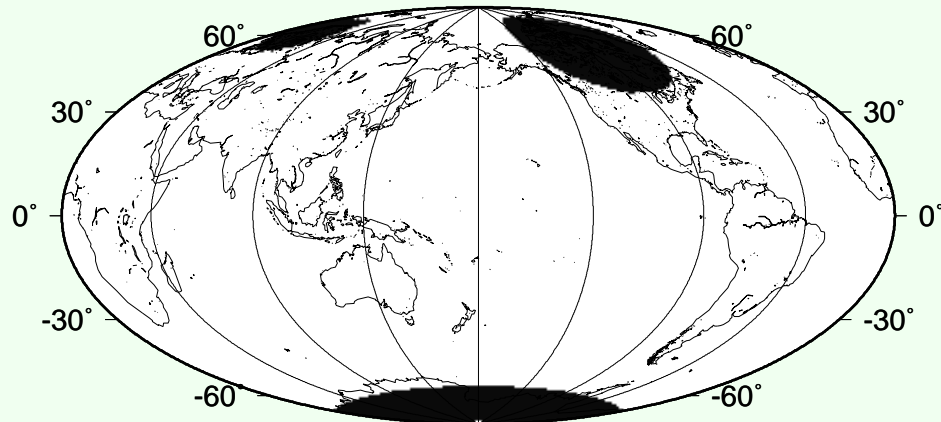
- sur le millier d'années: Terre viscoélastique
⇒ Rebond post-glaciaire
- < une centaine d'années: Terre élastique
⇒ Dynamique du noyau
⇒ Surcharges océaniques et atmosphériques
⇒ Marées terrestres
⇒ ...

Sur une échelle de
temps de 10000 ans

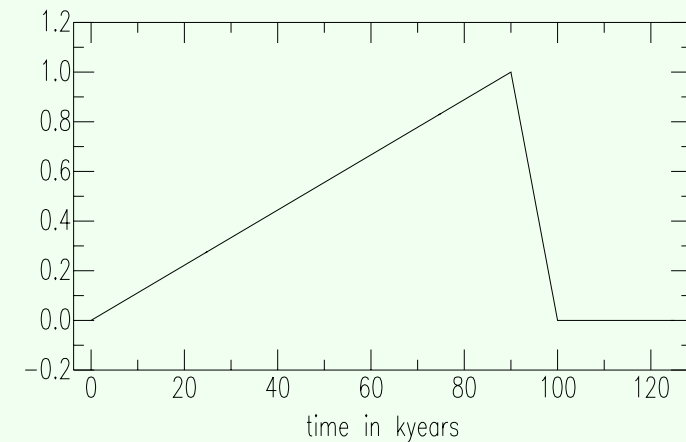
GLACIATION - DEGLACIATION
ET DEFORMATIONS VISCOELASTIQUES

Modélisation de la fonction d'excitation

3 calottes sphériques:
Antartica, Fennoscandia et Laurentide



Même évolution temporelle:

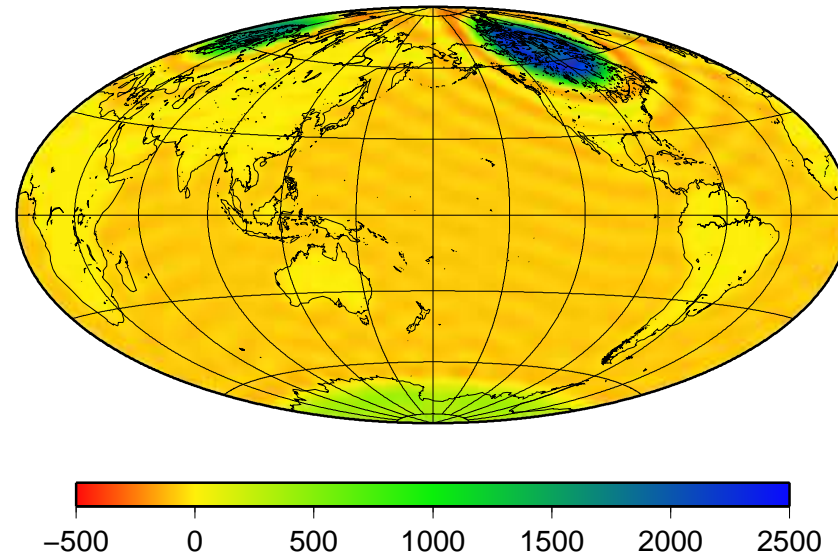


- $t = 0$: début de la glaciation
- $t = 90$ kyr : fin de la glaciation
- $t = 100$ kyr: fin de la déglaciation
- $t = 106$ kyr: Présent

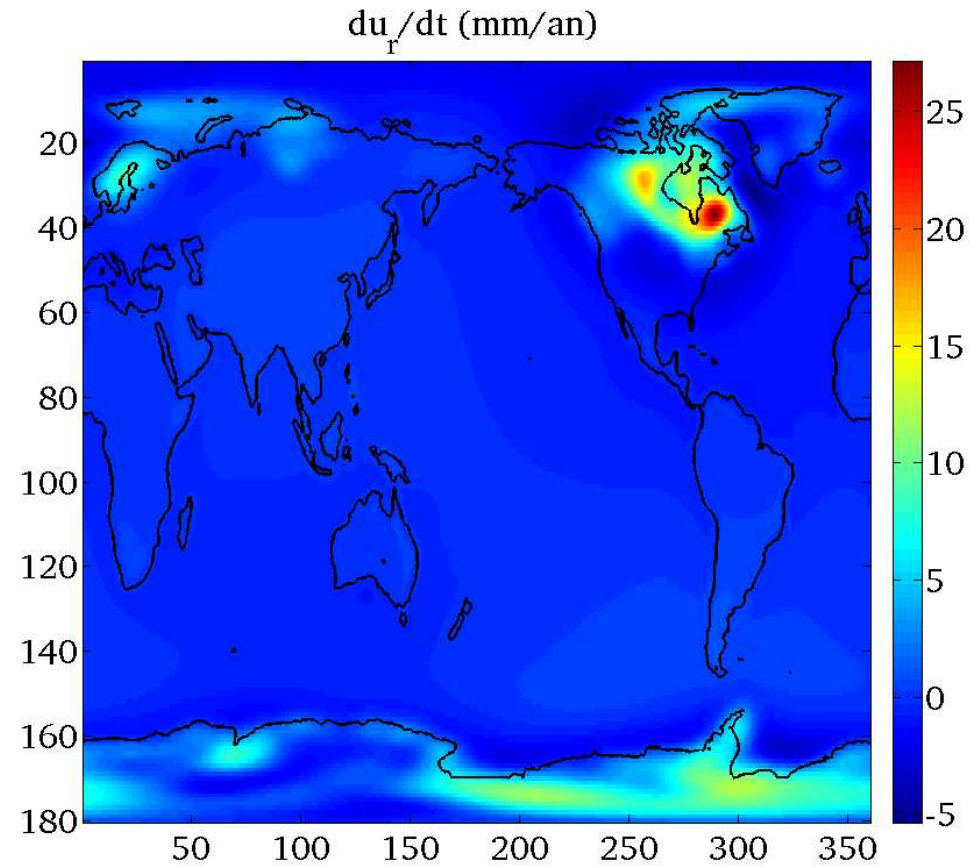
Densité superficielle de masse à la fin de la glaciation

Densité superficielle de masse (en équivalent hauteur d'eau), à la fin de la glaciation, induite par la variation de la hauteur de glace sur les calottes et par la variation du niveau de la mer associée (~ -80 m)

Surface loading (in m) at the maximum of glaciation
from Spada et al. (1993)



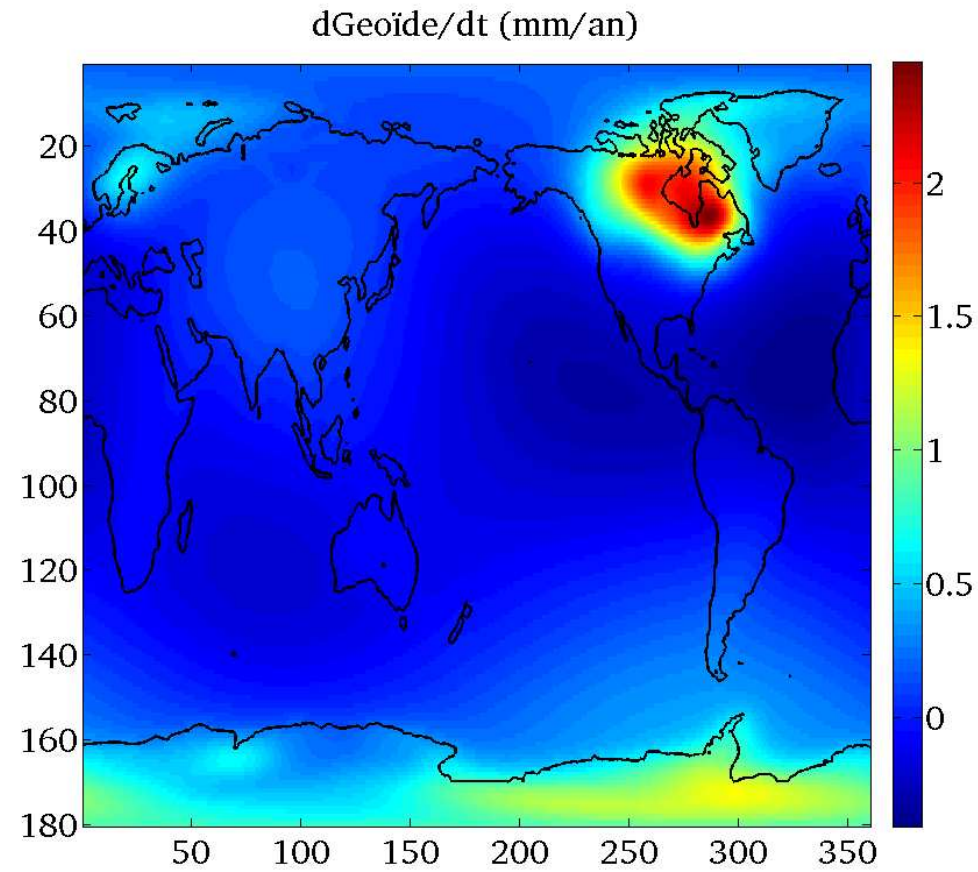
Taux de mouvement vertical en surface



Au maximum: 2 cm/an

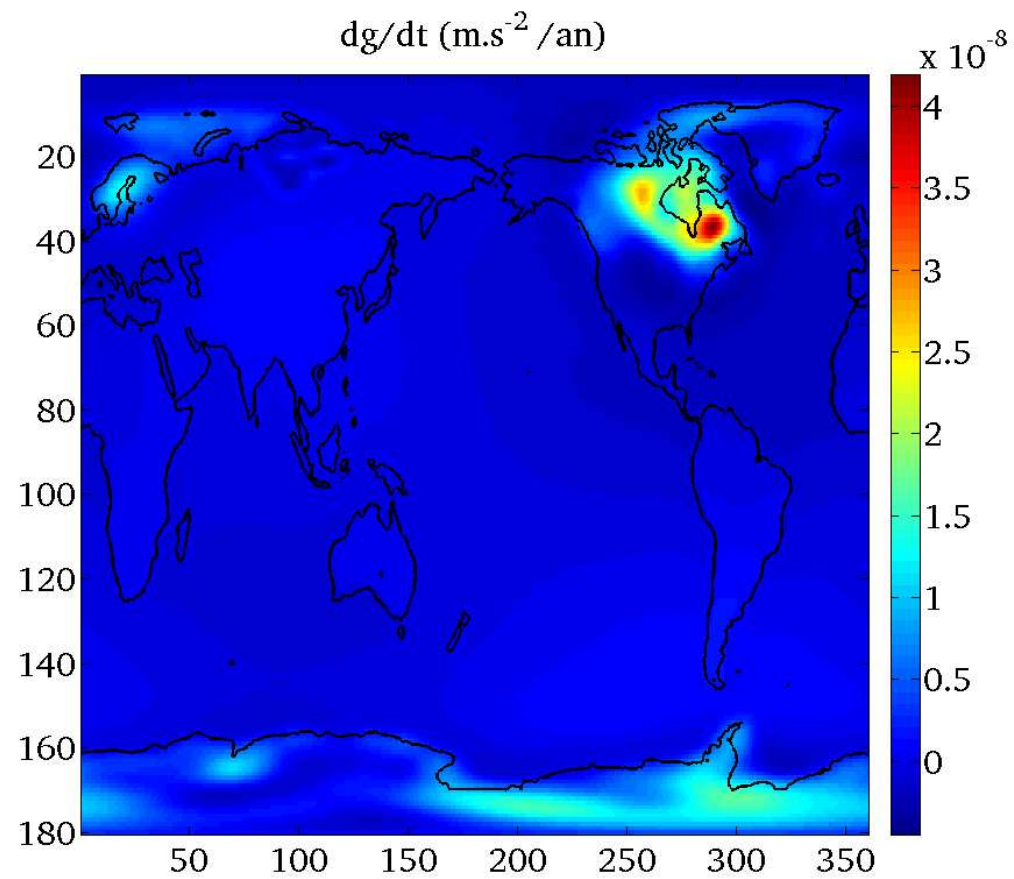
CARON ET AL., 2015

Taux du geoïde



Au maximum: 2 mm/an

Taux de gravité

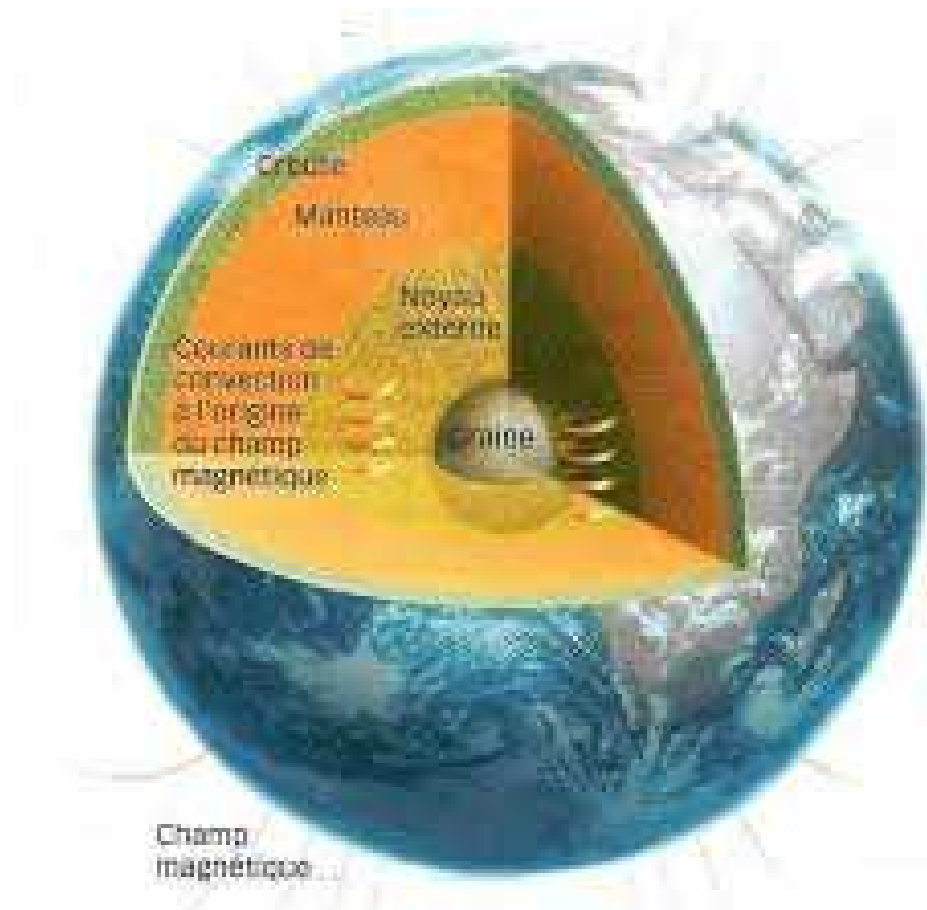


Au maximum: $4 \mu Gal/an$

Sur une échelle de
temps décennale

PRESSIONS MAGNETIQUES

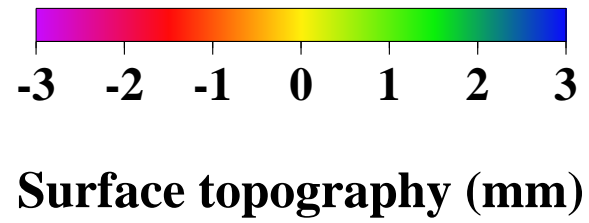
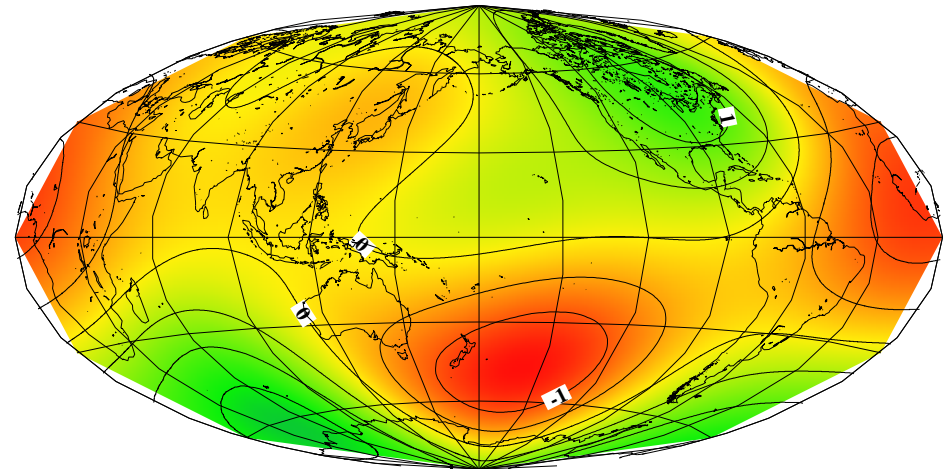
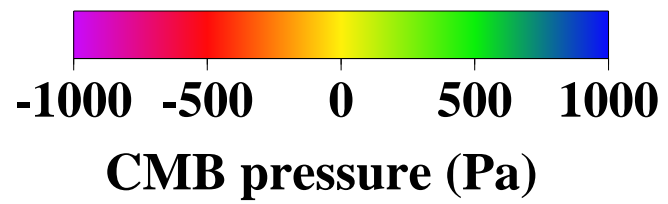
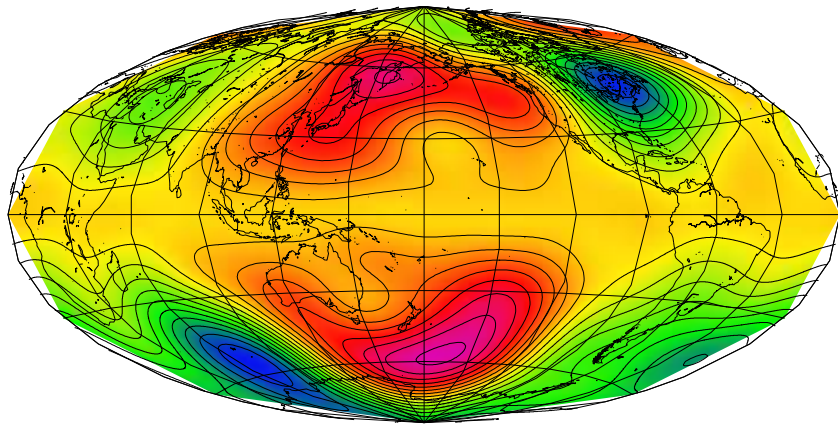
DANS LE NOYAU FLUIDE



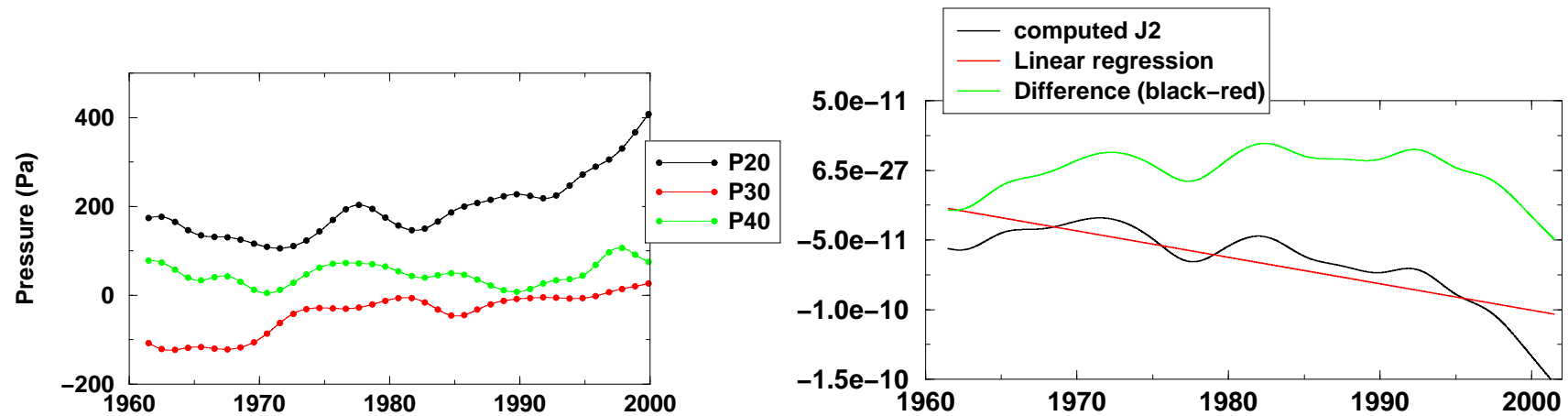
Sur une échelle de temps décennale, mouvements dans le noyau fluide

⇒ pressions qui déforment le manteau élastique

en 1980:



Variation décennale des coefficients du geopotentiel induite par les pressions magnétiques



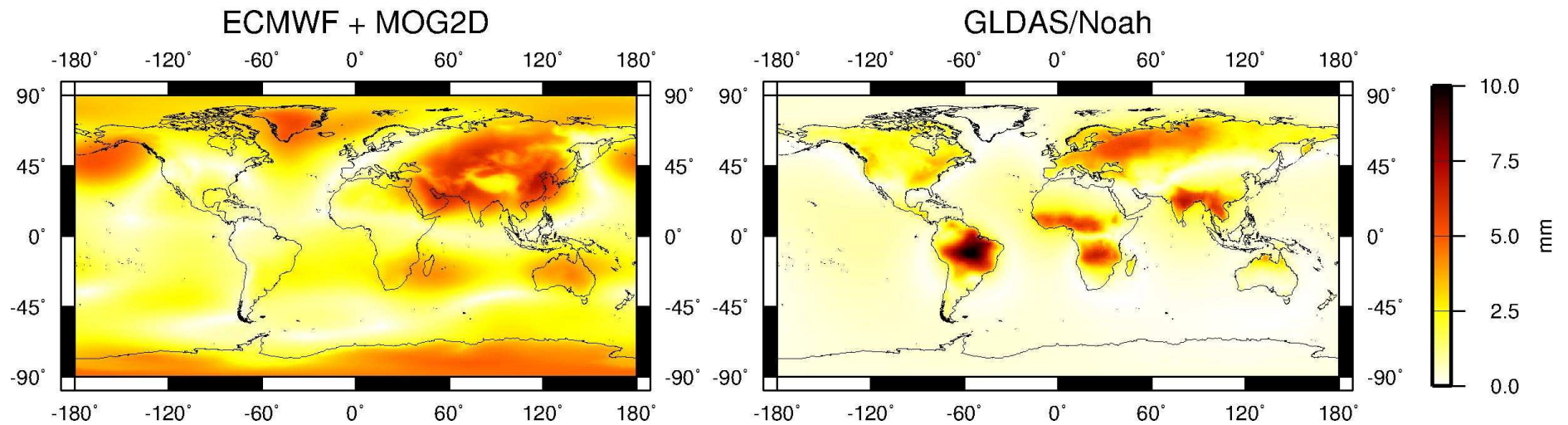
Perturbation de la gravité $< \mu\text{Gal}$

Sur une échelle de
temps annuelle

SURCHARGES ATMOSPHERIQUES

OCEANIQUES ET HYDROLOGIQUES

Déplacement vertical

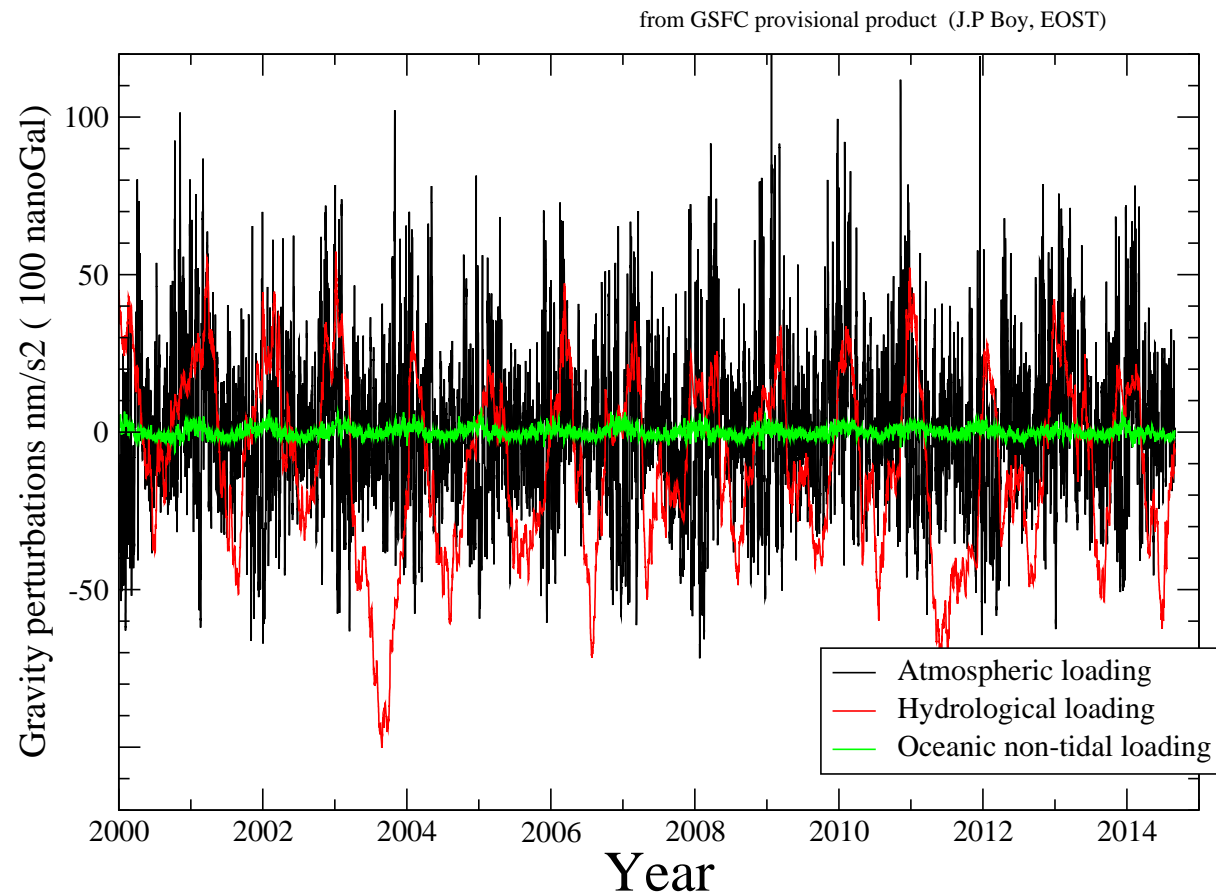


from GSFC provisional product

Annual vertical displacements due to atmospheric (ECMWF) and induced oceanic (MOG2D) (left) and hydrological (GLDAS/Noah) (right) loading effects in the Center of Figure reference frame.

⇒ ~ centimètres par an.

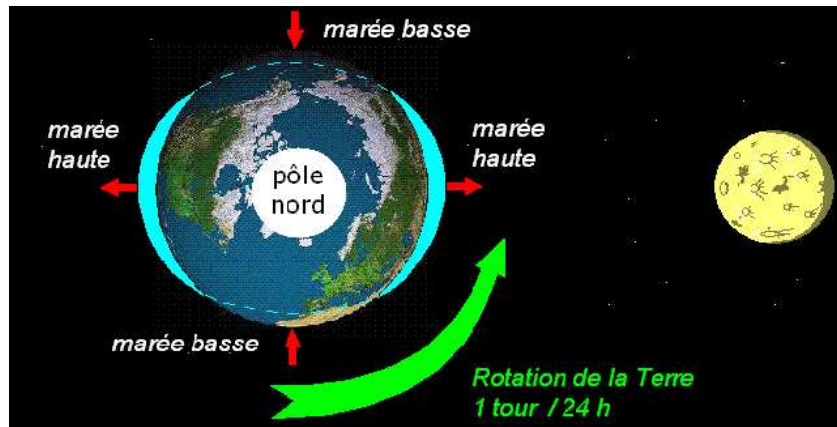
Perturbation de la gravité à Strasbourg:



Variations annuelles: $\sim 10 \mu\text{Gal}$.

Sur une échelle de
temps diune

LES MAREES TERRESTRES

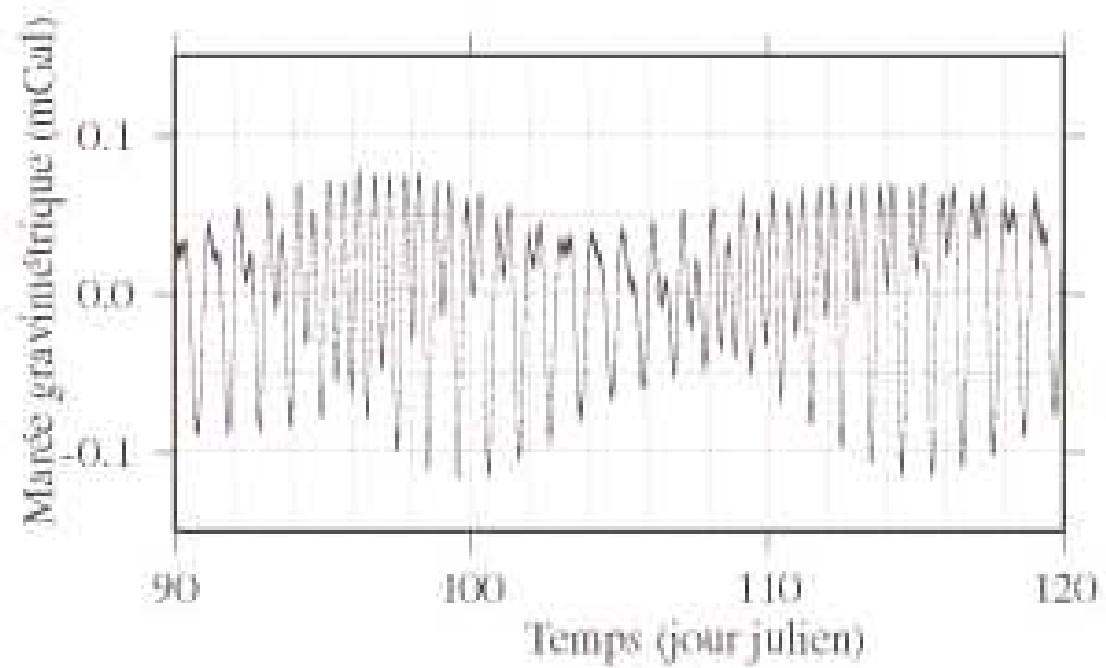


Les deux ondes de marées les plus importantes sur Terre:

- Onde lunaire M_2 de période $12\text{ h } 27\text{ mn } 19\text{ s}$ correspondant au temps entre deux passages successifs de la Lune au méridien du lieu.
- Onde diurne K_1 correspondant à la précession

- La Terre étant élastique, elle va se déformer sous l'action de ces potentiels de marées:
 - ⇒ Déplacement radial en surface induit par ces ondes: une dizaine de centimètres
 - ⇒ Perturbation de la gravité associée en surface: $100\ \mu\text{Gal}$

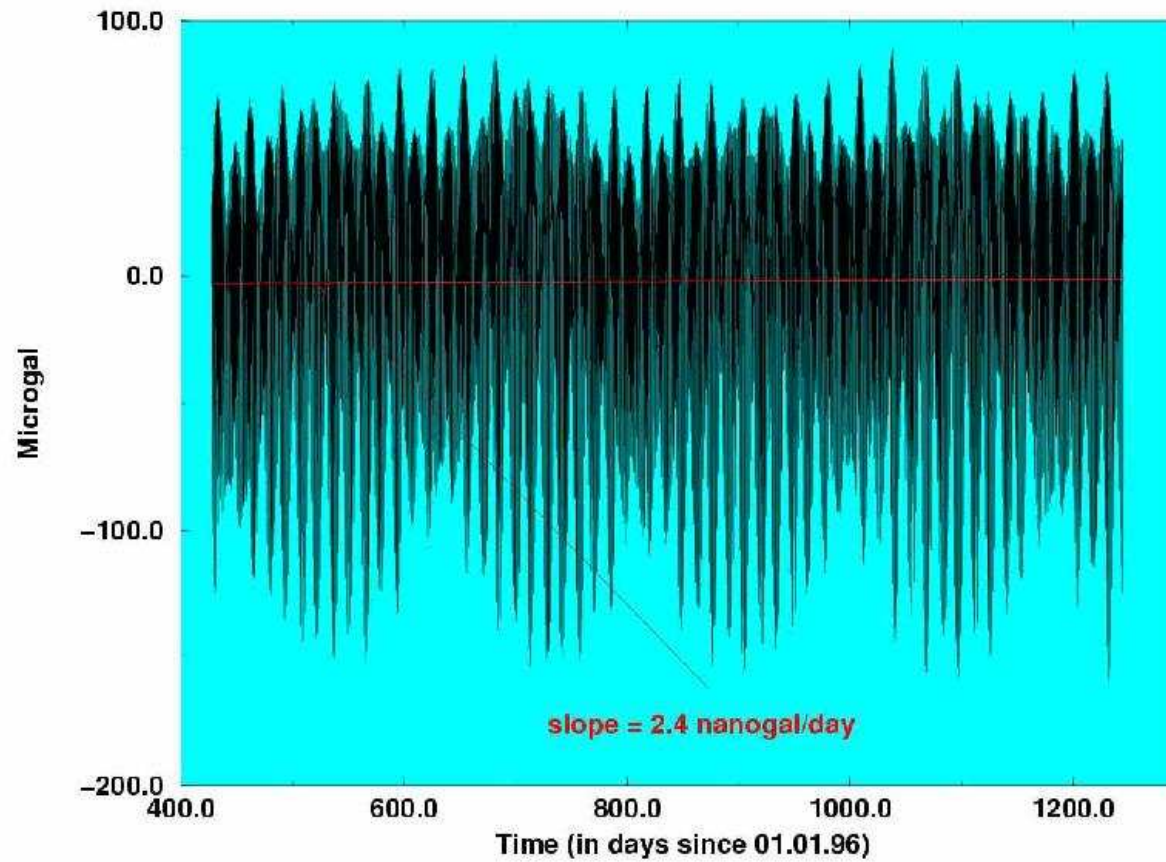
Observations



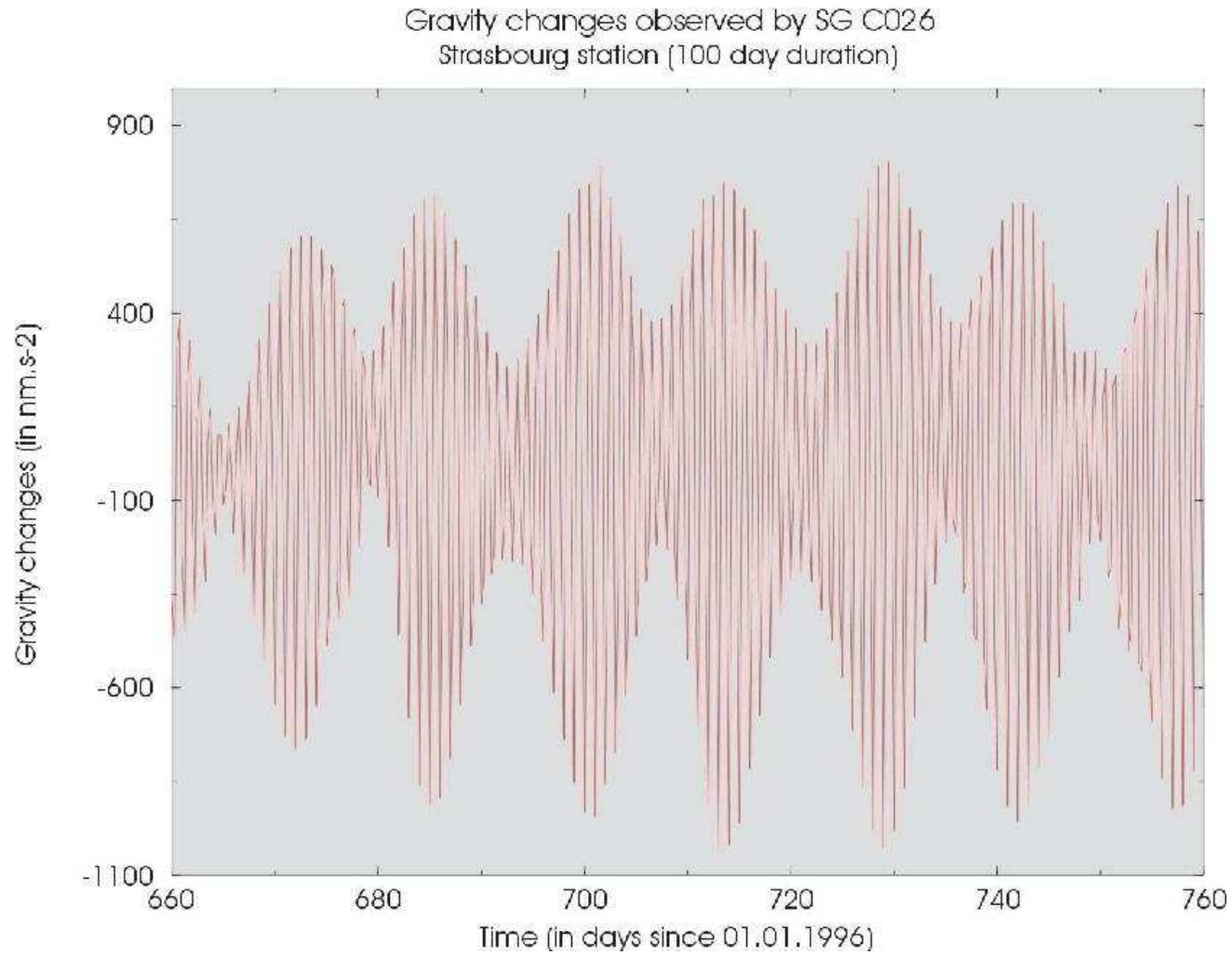
Enregistrement du signal gravimétrique sur un gravimètre situé à Jussieu

Observations des variations temporelles
de gravité à l'aide du gravimètre
supraconducteur T005, à Strasbourg

Observed gravity changes (SG C026)

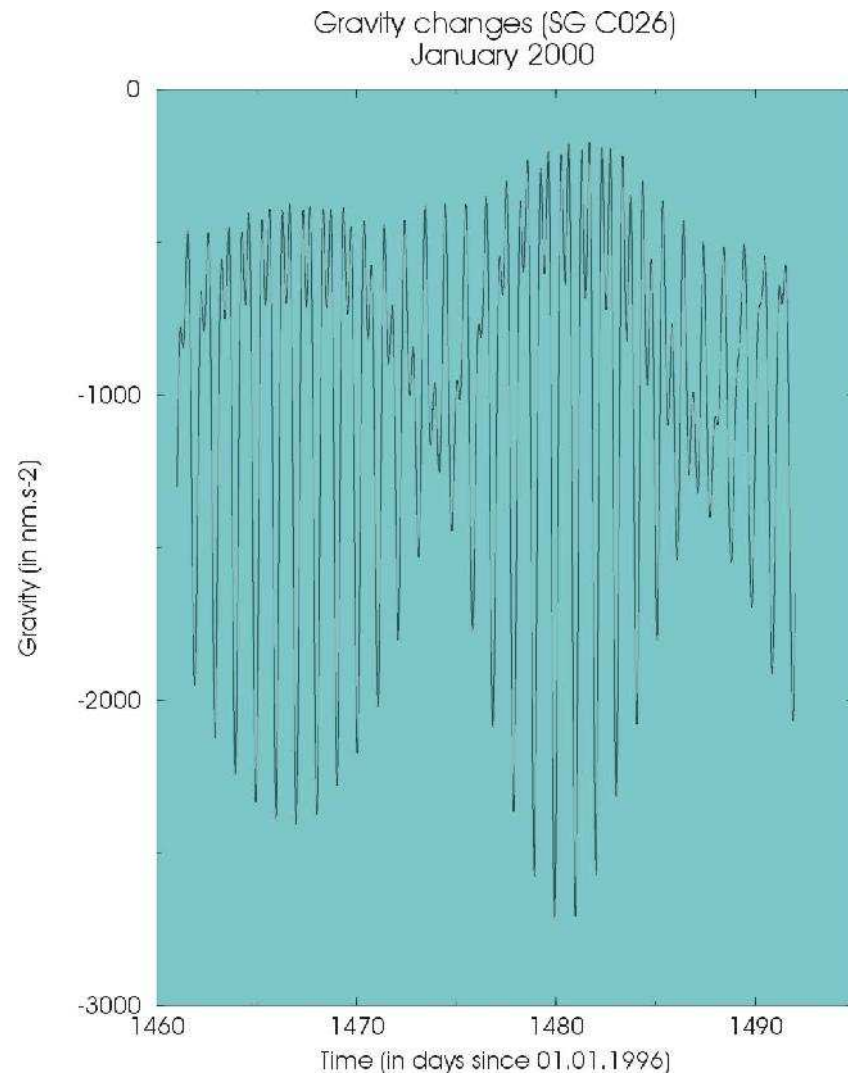


⇒ Variation annuelle et semi annuelle: $\sim 200 \mu\text{Gal}$



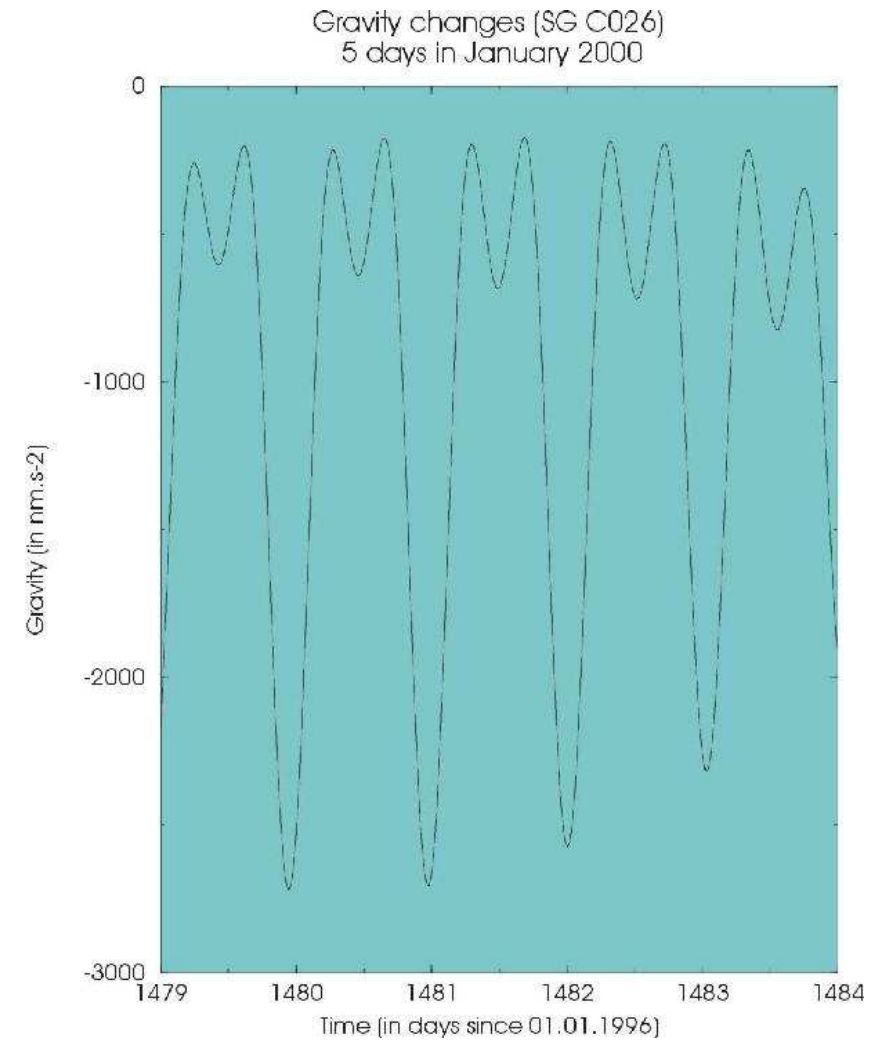
Une série de 100 jours de variation de gravité Strasbourg.

⇒ **Variation mensuelle et semi-mensuelle: $\sim 100 \mu\text{Gal}$**



Variation de gravité à Strasbourg pour le mois de Janvier 2000.

⇒ **Variation diurne et semi-diurne: $\sim 200 \mu\text{Gal}$**

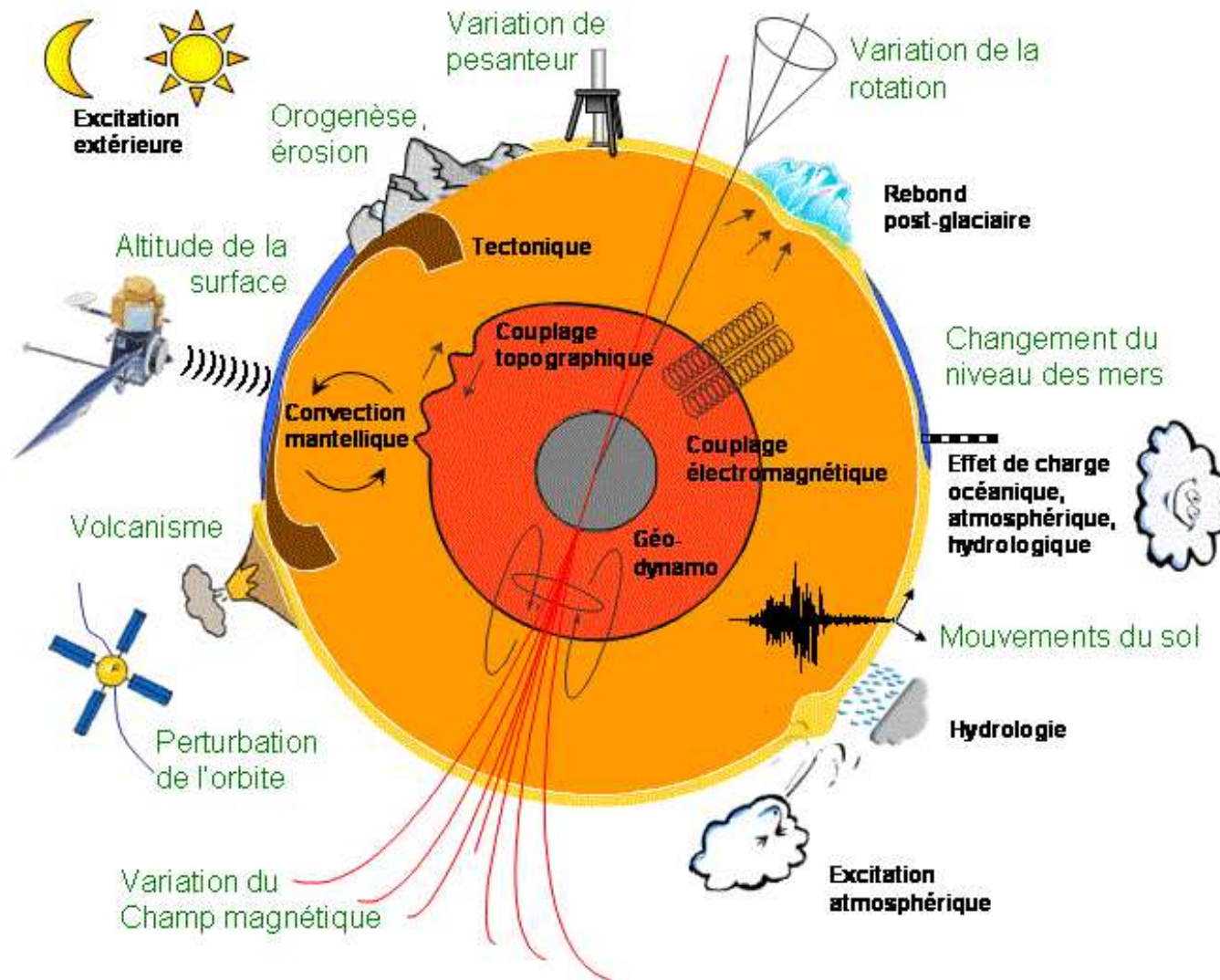


Extrait de 5 jours des variations de gravité observées en Janvier 2000.

Conclusion: Variations du champ de pesanteur

- un terme radial: $9.81 \text{ m/s}^2 = 9.81 \times 10^5 \text{ mGal}$
- un terme ellipsoïdale: $0.05 \text{ m/s}^2 = 5000 \text{ mGal}$
- Variations dues aux hétérogénéités de densités dans le manteau: de 1 – 100 mGal.

- Rebond post-glaciaire: quelques μGal
- Pressions dans le noyau: $< \mu\text{Gal}$
- Surcharges atmosphériques, océaniques et hydrologiques: $\sim 10\mu\text{Gal}$
- Marées terrestres: $\sim 100\mu\text{Gal}$



courtesy of O. de Viron

Merci de votre attention !